



# Interception des signaux issus de communications MIMO

Vincent V. Choqueuse

## ► To cite this version:

Vincent V. Choqueuse. Interception des signaux issus de communications MIMO. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Bretagne occidentale - Brest, 2008. Français. NNT: . tel-00383355v2

**HAL Id: tel-00383355**

**<https://theses.hal.science/tel-00383355v2>**

Submitted on 25 Sep 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE / UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE**

*sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne*

pour obtenir le titre de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE**

*Mention : Electronique*

**École Doctorale SICMA - ED 373**

présentée par

**Vincent Choqueuse**

Préparée aux laboratoires

E<sup>3</sup>I<sup>2</sup> - EA 3876, ENSIETA

LabSTICC - UMR CNRS 3192, UBO

# Interception des signaux issus de communications MIMO

**Thèse soutenue le 26 Novembre 2008,**  
devant le jury composé de :

**Gilles BUREL**

Professeur, UBO / directeur de thèse

**Ludovic COLLIN**

Maître de conférences, UBO / encadrant de thèse

**Koffi-Clément YAO**

Maître de conférences, UBO / encadrant de thèse

**Christian JUTTEN**

Professeur, INPG / *président*

**Ghais EL-ZEIN**

Professeur, INSA Rennes / *rapporteur*

**Pascal LARZABAL**

Professeur, ENS Cachan / *rapporteur*

**Ali KHENCHAF**

Professeur, ENSIETA / *examineur*

**Régis LENGELLE**

Professeur, UTT / *examineur*

**Jacques BLANC-TALON**

DGA / *invité*



*Le fait qu'on puisse dénombrer certains phénomènes, comme de nombreux phénomènes chimiques, et aussi les prévoir, ne permet pas encore de penser qu'on touche là à des "Verités absolues". Ce n'est jamais qu'un nombre relatif à l'homme, à je ne sais quel penchant ou quelle mesure inhérents à l'homme. Le nombre par lui-même est entièrement de notre invention.*

Nietzsche, Puissance, t. II, liv. III, p. 186.



## Remerciements

Le travail présenté dans ce manuscrit, bien que personnel, est le résultat d'un travail d'équipe. Ces premières pages sont pour moi l'occasion de remercier les personnes qui auront contribué à sa réalisation.

Mon projet de recherche a été préparé dans le cadre d'une collaboration entre le laboratoire Lab-STICC de l'UBO et le laboratoire E3I2 de l'Ensieta. Il n'aurait jamais pu voir le jour sans l'apport d'un financement. A ce titre, je tiens à remercier la Délégation Générale à l'Armement et plus particulièrement Jacques Blanc-Talon pour avoir financé et suivis mon projet de recherche durant 3 années. J'espère que cette présente étude apportera des éléments de réponse à certaines de ses interrogations.

Je tiens à remercier chaleureusement mon équipe d'encadrement. Merci à Gilles Burel, Koffi Yao et Ludovic Collin pour leurs indéfectibles soutiens, leurs disponibilités et leurs qualités humaines et scientifiques. Leurs aides, à n'importe quel niveau, aura contribué grandement à la réalisation de ce projet de recherche. J'espère que ce manuscrit sera à la hauteur de ce qu'ils m'ont enseigné.

J'adresse mes sincères remerciements à l'ensemble de mon jury de thèse. Merci à Christian Jutten d'avoir présidé le jury de soutenance. Un grand merci également à Ghais el Zein et Pascal Larzabal d'avoir rapporté mes travaux. La pertinence de leur réflexion scientifique m'aura permis d'avoir un œil extérieur sur l'ensemble du travail.

Je remercie également les personnes qui ont alimenté mon quotidien lors de ces trois années. Je remercie tout d'abord le directeur du laboratoire E3I2, Ali Khenchaf, pour son soutien, sa disponibilité ainsi que pour ses encouragements. Merci à Ali Mansour pour ses conseils de très grandes qualités. Merci à Annick pour son aide quotidienne et sa parfaite connaissance des rouages de l'administration militaire. Un grand merci à mes compatriotes de bureau, Nabil, Majid, Malek et Gilles rangés ici par H-index croissant pour ses bons moments passés en D204. Merci également à l'ensemble de mes camarades doctorants, Raf, Andreas, Stéphane, Laurent, Virginie, Arunas, Mélanie, Yann, Cedric et Sam. Je garderai un excellent souvenir de ses trois années passées en leur compagnie.

Cette liste de remerciement ne serait complète sans saluer les personnes qui m'ont donné goût au traitement du signal et à la recherche scientifique. Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur Regis Lengellé pour m'avoir formé avec passion au traitement du signal à l'UTT. Notre rencontre improbable devant le Bellagio à Las Vegas restera longtemps graver dans ma mémoire. Je tiens également à remercier les encadrants de mes stages à France Télécom R&D. Merci à Vincent Lemaire, Fabrice Clérot et Gregory Pallone, pour avoir accompagné mes premiers pas dans le monde de la recherche scientifique. C'est en leur compagnie qu'est née mon envie de poursuivre en thèse.

Pour ne pas faire preuve d'ingratitude, je tiens à féliciter mes deux ordinateurs portables Fujitsu Siemens pour avoir enduré mes sévices. Malmenés par leur bourreau Matlab, ils n'ont malheureusement pas pu m'accompagner jusqu'au bout de l'épopée. J'espère qu'ils reposent en paix au paradis où je leur souhaite de trouver des fichiers .m moins éprouvants.

Enfin, je ne terminerai pas sans adresser un immense merci à ma copine, Julie, à ma soeur ,Gaelle et à mes parents, Nicole et Dominique à qui je dois tout. Je leur dédie, inconditionnellement, l'ensemble de ce manuscrit.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>1 Présentation des systèmes MIMO considérés</b>	<b>7</b>
1.1 L'émetteur . . . . .	8
1.1.1 Le modulateur . . . . .	8
1.1.2 Le codeur spatio-temporel . . . . .	9
1.1.3 Dispositif RF . . . . .	11
1.2 Environnement de propagation . . . . .	12
1.2.1 Canal non-sélectif en fréquence et en temps . . . . .	13
1.2.2 Bruit additif . . . . .	14
1.3 Le récepteur . . . . .	15
1.3.1 Architecture d'un récepteur non-coopératif . . . . .	15
1.3.2 Modèle de signal . . . . .	16
<b>2 Estimation du nombre d'antennes émettrices</b>	<b>17</b>
2.1 Rappel des hypothèses . . . . .	18
2.2 Méthodes basées sur des statistiques de second ordre . . . . .	18
2.2.1 État de l'art . . . . .	19
2.2.1.1 Approche par test séquentiel . . . . .	20
2.2.1.2 Approche par critères d'information . . . . .	21
2.2.1.3 Approche par modèle de décroissance des valeurs propres . . . . .	22
2.2.2 Applications au contexte des communications MIMO . . . . .	24
2.3 Nouvelles méthodes basées sur des statistiques d'ordre supérieur . . . . .	25
2.3.1 Extraction de composantes non gaussiennes . . . . .	25
2.3.2 Approche par tests d'adéquation (HOS-KS) . . . . .	26
2.3.3 Approche par outils de Reconnaissance de Formes (HOS-RdF) . . . . .	30
2.3.3.1 Caractérisation par Statistiques d'Ordre Supérieur . . . . .	30
2.3.3.2 Classification par $k$ -moyennes . . . . .	32
2.4 Comparaison des méthodes . . . . .	34
2.4.1 Influence de la modulation . . . . .	34
2.4.2 Influence du codage Spatio-Temporel . . . . .	36
2.4.3 Influence de la structure spatiale du bruit . . . . .	37
2.5 Discussion . . . . .	38



<b>3</b>	<b>Reconnaissance aveugle des codes linéaires spatio-temporels en bloc</b>	<b>41</b>
3.1	Rappel des hypothèses . . . . .	42
3.1.1	Les codes spatio-temporels considérés . . . . .	42
3.1.1.1	Le Multiplexage Spatial . . . . .	43
3.1.1.2	Les Codes Orthogonaux . . . . .	44
3.1.1.3	Les Codes Quasi-Orthogonaux . . . . .	45
3.1.2	Etat de l'art . . . . .	45
3.2	Méthodes par Maximum de Vraisemblance . . . . .	46
3.2.1	Approche ALRT . . . . .	47
3.2.2	Approche GLRT . . . . .	50
3.2.2.1	Ambiguïtés GLRT . . . . .	52
3.2.3	Approche par critères d'information . . . . .	53
3.3	Méthodes par outils de reconnaissance de formes . . . . .	55
3.3.1	Caractérisation du codage . . . . .	55
3.3.1.1	Moyennes spatio-temporelles à l'émission . . . . .	56
3.3.1.2	Moyennes spatio-temporelles à la réception . . . . .	59
3.3.2	Approche basée sur la nullité des moyennes spatio-temporelles . . . . .	60
3.3.2.1	Détection des moyennes temporelles nulles . . . . .	62
3.3.2.2	Classification du codage par arbre de décision . . . . .	65
3.3.3	Approche basée sur les normes des moyennes temporelles . . . . .	66
3.3.3.1	Blanchiment par ACP des moyennes spatio-temporelles . . . . .	67
3.3.3.2	Classification par minimisation de la distance euclidienne . . . . .	68
3.3.3.3	Classification par minimisation de la distance euclidienne et correction de biais . . . . .	69
3.4	Comparaison des méthodes . . . . .	71
3.4.1	Codages utilisant 2 antennes émettrices . . . . .	72
3.4.2	Codages utilisant 3 antennes émettrices . . . . .	74
3.5	Discussion . . . . .	76
<b>4</b>	<b>Reconnaissance des techniques de modulation</b>	<b>79</b>
4.1	Rappel des hypothèses . . . . .	80
4.1.1	Les modulations considérées . . . . .	80
4.1.1.1	Modulation d'amplitude . . . . .	81
4.1.1.2	Modulation de phase . . . . .	82
4.1.1.3	Modulation en quadrature . . . . .	82
4.2	État de l'art . . . . .	83
4.2.1	Reconnaissance en contexte SISO . . . . .	83
4.2.1.1	Approches par maximum de vraisemblance . . . . .	84
4.2.1.2	Approches par Outils de Reconnaissance de Formes . . . . .	86
4.2.2	Reconnaissance en contexte MIMO . . . . .	86
4.3	Reconnaissance en contexte MIMO : Multiplexage Spatial . . . . .	88
4.3.1	Approches avec connaissance du canal . . . . .	88
4.3.1.1	Test ALRT (ALRT-MS) . . . . .	88
4.3.1.2	Test quasi-ALRT (qALRT-MS) . . . . .	89

4.3.2	Approches sans connaissance du canal . . . . .	90
4.3.2.1	Estimation de la matrice de canal . . . . .	90
4.3.2.2	Test HLRT (HLRT-MS) : Influence des indéterminations	93
4.3.2.3	Test quasi-HLRT (qHLRT-MS) : Influence des indéterminations . . . . .	94
4.4	Reconnaissance dans un contexte MIMO : codage STBC . . . . .	96
4.4.1	Avec connaissance du canal : test ALRT (ALRT- $\mathcal{C}$ ) . . . . .	97
4.4.2	Sans connaissance du canal : Test HLRT (HLRT- $\mathcal{C}$ ) . . . . .	97
4.4.2.1	Estimation du canal pour signaux codés . . . . .	98
4.4.2.2	Influence de l'indétermination de signe . . . . .	100
4.5	Comparaison des méthodes . . . . .	102
4.5.1	Multiplexage Spatial . . . . .	102
4.5.2	Codage Orthogonal . . . . .	104
4.6	Discussion . . . . .	105
<b>Conclusion</b>		<b>107</b>
<b>A Expression des fonctions de vraisemblance</b>		<b>111</b>
A.1	Expression ALRT : Cas général . . . . .	111
A.2	Expression ALRT : Codages orthogonaux . . . . .	113
<b>B Valeurs théoriques des moyennes temporelles</b>		<b>115</b>
B.1	Valeurs théoriques des normes à l'émission . . . . .	115
B.2	Valeurs théoriques des normes des signaux blanchis . . . . .	116
<b>C Estimation du canal pour les codes STBC</b>		<b>117</b>
C.1	Détail de la méthode . . . . .	117
C.2	Indetermination d'échelle . . . . .	119
<b>D Estimation du canal pour les codes OSTBC</b>		<b>121</b>
D.1	Détail de la méthode . . . . .	121
D.2	Indetermination d'échelle . . . . .	122
<b>E Implémentation du récepteur</b>		<b>123</b>
E.1	Algorithmes . . . . .	124
<b>Bibliographie</b>		<b>132</b>
<b>Liste des publications</b>		<b>133</b>
<b>Liste des Algorithmes</b>		<b>135</b>
<b>Index</b>		<b>137</b>



# Introduction

Ces dernières années, les technologies sans-fil ont connu un développement important motivé par des demandes en terme de débit et de qualité de transmissions de plus en plus exigeantes. L'une des technologies les plus prometteuses repose sur l'utilisation de plusieurs antennes à l'émission et à la réception. Ces systèmes désignés par l'acronyme anglais MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) exploitent la diversité spatiale du canal de propagation pour améliorer le débit et la robustesse de la communication. Depuis les travaux pionniers de Foschini [FG98], les transmissions multi-antennes ont suscité un engouement exceptionnel dans les milieux de la recherche et de l'ingénierie. Aujourd'hui, les plus grandes conférences en traitement de signal, qu'elles soient nationales ou internationales, proposent des sessions spécialement dédiées aux MIMO. Dans le domaine de l'ingénierie, plusieurs sociétés se sont spécialisées dans le développement de modems multi-antennes et certains fournisseurs d'accès à internet rendent déjà accessible cette technologie aux particuliers<sup>1</sup> avant même que le standard WiFi-MIMO 802.11n soit ratifié. Le domaine des réseaux locaux n'est pas le seul concerné ; les réseaux sans fil métropolitains et la téléphonie mobile de 4<sup>ème</sup> génération devraient intégrer prochainement cette technologie.

En parallèle, la surveillance du canal radio-électrique par des organismes civils ou militaires nécessite de disposer d'outils élaborés d'analyse du signal. De nouveaux algorithmes sont constamment développés pour permettre la surveillance des derniers systèmes de télécommunication sans-fil. Actuellement, la plupart des techniques disponibles dans la littérature se focalise sur l'analyse des communications mono-antenne. Plusieurs techniques permettent notamment l'identification de la fréquence porteuse, des sous-porteuses dans le cas OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing), du rythme symbole ou de la modulation. La surveillance des systèmes MIMO est un sujet peu abordé. Cette thèse intitulée *Interception des signaux issus d'une communication MIMO* anticipe la demande d'outils d'analyses spécifiques. Plus précisément, l'objet de notre étude est la reconnaissance aveugle des paramètres d'une communication MIMO lorsque les signaux reçus sont préalablement synchronisés et ramenés en bande de base. L'analyse des signaux MIMO pose de nouvelles problématiques comme l'identification aveugle du nombre d'antennes émettrices, du codage spatio-temporel et de la modulation en contexte multi-antennes. Ce manuscrit propose plusieurs méthodes

---

<sup>1</sup>La Freebox HD utilise la technologie MIMO.

pour identifier ces paramètres. Il s'articule autour de 4 chapitres.

- Le chapitre 1 présente les systèmes MIMO considérés dans notre projet et pose les hypothèses de notre étude.
- Le chapitre 2 aborde le problème d'identification du nombre d'antennes émettrices. Les principales méthodes disponibles dans la littérature sont présentées puis évaluées. Nous exposons également deux méthodes originales spécifiquement conçues pour les communications numériques.
- Le chapitre 3 traite le problème de reconnaissance du codage spatio-temporel. A l'heure actuelle, cette problématique est peu abordée dans la littérature. Nous proposons plusieurs méthodes de reconnaissance applicables lorsque le nombre d'antennes émettrices est préalablement estimé.
- Le chapitre 4 considère le problème de reconnaissance de la modulation. Cette problématique est traitée depuis une vingtaine d'années dans le contexte des communications mono-antenne. Toutefois son extension au contexte des communications multi-antennes n'a pas été abordée dans la littérature. Ce chapitre expose plusieurs méthodes de reconnaissance applicables lorsque le codage spatio-temporel est préalablement estimé.

Le dernier chapitre conclut notre étude et dresse une liste de plusieurs axes de recherches possibles.

# Chapitre 1

## Présentation des systèmes MIMO considérés

Depuis l'invention du télégraphe par Samuel Morse à la fin du 19<sup>e</sup> siècle, le domaine des télécommunications a connu une longue chaîne d'innovations. Une des évolutions majeures réside dans le développement des technologies sans-fil. Ces technologies permettent la mobilité de l'émetteur et/ou du récepteur et sont généralement plus simples à déployer que les communications filaires. Elles sont aujourd'hui utilisées dans un large panel d'applications allant de la téléphonie mobile aux réseaux locaux tout en passant par les communications satellitaires. Pour répondre à des exigences en terme de débit et de robustesse de plus en plus élevées, de nouveaux systèmes sans-fil sont régulièrement développés. Une des technologies les plus prometteuses se base sur l'utilisation de plusieurs antennes à l'émission et à la réception. Ces systèmes désignés par l'acronyme MIMO ont été initialement développés par les laboratoires Bell en 1998 [FG98] et ont suscité, depuis, un vif intérêt dans le domaine de la recherche et de l'ingénierie. L'idée principale de ces systèmes repose sur l'exploitation de la dimension spatiale de l'environnement de propagation. En combinant les différents signaux émis d'une certaine manière il est possible de générer différents flux parallèles de données pour augmenter le débit et/ou d'introduire de la redondance spatio-temporelle afin d'améliorer la qualité de la communication.

Ce chapitre présente brièvement le principe des systèmes MIMO et expose les connaissances de base permettant au lecteur d'aborder le reste de ce manuscrit<sup>1</sup>. De manière générale, une communication sans-fil se compose de trois entités : l'émetteur, l'environnement de propagation et le récepteur. Les caractéristiques de ces entités sont décrites respectivement dans les sections 1.1, 1.2 et 1.3 pour le contexte spécifique des communications MIMO. Nous présentons également dans ce chapitre les hypothèses et le modèle de signal adoptés dans notre étude.

---

<sup>1</sup>Le lecteur intéressé par une description plus détaillée peut se référer à l'ouvrage [OC07]

## 1.1 L'émetteur

L'émetteur est l'entité qui convertit le message à transmettre en ondes électromagnétiques. Un émetteur MIMO est composé de trois blocs : le modulateur, le codeur spatio-temporel et le dispositif Radio-Fréquence (RF). Ces blocs sont représentés dans le schéma 1.1.

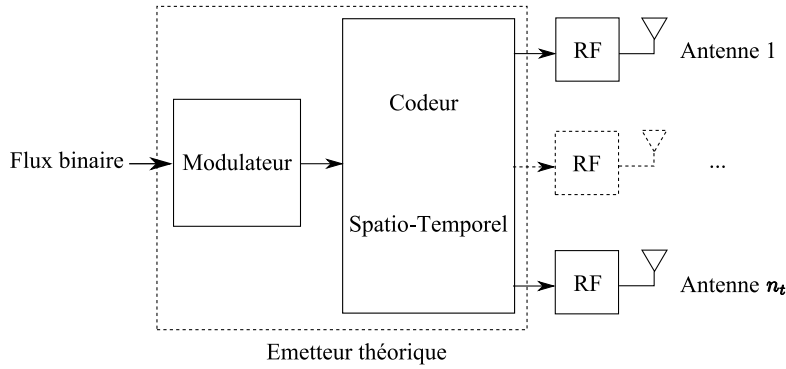


FIG. 1.1 – Architecture d'un émetteur MIMO

Initialement, le message à transmettre est représenté sous la forme d'un *flux binaire* (suite de 0 ou de 1). Le flux binaire est tout d'abord envoyé au modulateur qui le convertit en *symboles*. En sortie du modulateur, le codeur spatio-temporel répartit les symboles en  $n_t$  flux d'*échantillons*. Le dispositif radio-fréquence réalise finalement la conversion de chaque flux en *ondes électromagnétiques*. Dans les sous-sections suivantes, nous détaillons l'architecture de chaque bloc.

### 1.1.1 Le modulateur

Le modulateur est l'élément qui adapte le flux binaire au canal de propagation, au taux d'erreur demandé et à la bande passante disponible. Dans notre étude, nous considérons le cas des modulations dites *linéaires sans mémoire* [Pro01].

Mathématiquement une modulation linéaire sans mémoire convertit des blocs de  $\log_2(M)$  bits en symboles  $s$  appartenant à une *constellation*  $\mathcal{M}$  composée de  $M$  éléments. Notons  $v$  la représentation en base décimale d'un bloc de  $\log_2(M)$  bits, le symbole  $s \in \mathcal{M}$  en sortie de modulateur s'exprime sous la forme :

$$\forall 0 \leq v < M, s = g(v) \quad (1.1)$$

où  $g(\cdot)$  est une fonction qui dépend de la constellation utilisée  $\mathcal{M}$ . Dans notre étude, nous nous limitons à la classe des constellations réelles ( $\Im m(s) = 0$ ) ou présentant une symétrie par rotation d'angle  $\pi/2$  dans le plan complexe. Cette classe est générale et contient, par exemple, les constellations Amplitude Shift Keying (ASK), Phase

Shift Keying (PSK) et Quadrature Amplitude Modulation (QAM) détaillées dans le chapitre 4.

**Exemple 1.1** Une modulation  $M$ -PSK convertit un bloc de  $\log_2(M)$  bits, noté sous forme décimale  $v$ , en un symbole  $s$  tel que  $s = e^{2j\pi v/M}$ . Les figures 1.2 et 1.3 présentent respectivement la constellation 4-PSK (aussi appelée QPSK) et 16-PSK.

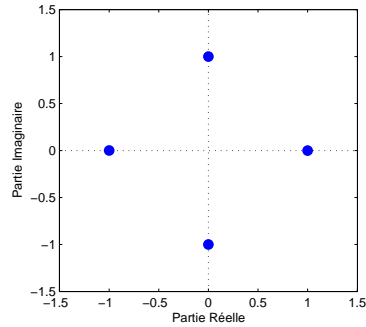


FIG. 1.2 – Constellation QPSK.

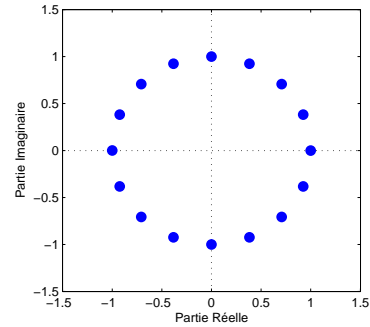


FIG. 1.3 – Constellation 16-PSK.

### Modélisation statistique

Nous proposons de modéliser le flux binaire par des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d). De plus nous admettrons que les bits sont équiprobables c'est-à-dire que la probabilité d'occurrence d'un 0 ou d'un 1 est égale à  $\frac{1}{2}$ . En utilisant cette modélisation, la probabilité d'occurrence de  $v$  ( $0 \leq v < M$ ) est égale à  $\frac{1}{M}$  et nous obtenons en sortie du modulateur :

$$\forall s \in \mathcal{M}, P[s] = \frac{1}{M} \quad (1.2)$$

Concernant les représentations à l'ordre 2, nous admettrons sans perte de généralité que la constellation des symboles est *normalisée*<sup>2</sup>, c'est-à-dire que l'énergie moyenne des symboles est unitaire ( $E[|s|^2] = 1$ ). Pour les constellations réelles, les statistiques  $E[s^2]$  et  $E[(s^*)^2]$  sont alors également unitaires. Pour les constellations symétriques par rotation d'angle  $\pi/2$ ,  $P[s] = P[se^{j\pi/2}]$  et la variable  $s$  est alors dite *circulaire* à l'ordre 2 [Lac97]. Ce type de variable vérifie  $E[s^2] = E[(s^*)^2] = 0$ .

#### 1.1.2 Le codeur spatio-temporel

Le codage spatio-temporel est l'élément qui convertit les symboles en  $n_t$  flux d'échantillons où  $n_t$  correspond au nombre d'antennes émettrices. Son but est de répartir l'information dans le domaine espace-temps pour augmenter le débit et/ou la robustesse de

<sup>2</sup>Le facteur de gain sera directement intégré dans le canal de communication



la communication. L'augmentation du débit est réalisée en multiplexant  $n_t$  symboles sur les  $n_t$  antennes simultanément. A l'opposé, l'amélioration du débit s'obtient en introduisant de la redondance temporelle et/ou spatiale. Il existe différents types de codages et nous nous limitons, dans notre étude, à la classe des codes spatio-temporels linéaires en bloc [LS03].

Mathématiquement un codage spatio-temporel, noté  $\mathcal{C}$ , convertit un bloc de  $n$  symboles, noté  $S = [s_1, \dots, s_n]^T$ , en un *bloc spatio-temporel*  $\mathbf{C}(S)$  de taille  $n_t \times l$  où  $l$  représente la longueur du code et  $n_t$  le nombre d'antennes. Les colonnes de ce bloc correspondent à la dimension temporelle alors que les lignes correspondent à la dimension spatiale. Pour un code linéaire, chaque élément de  $\mathbf{C}(S)$  est une combinaison linéaire des parties réelles et imaginaires des symboles  $s_w$ . Soit  $\tilde{S} = [\Re(S^T), \Im(S^T)]^T$  le vecteur de taille  $2n \times 1$  obtenu en concaténant verticalement la partie réelle et imaginaire de  $S$ , le bloc  $\mathbf{C}(S)$  s'exprime de manière générale sous la forme<sup>3</sup> :

$$\mathbf{C}(S) = \underbrace{\left[ \mathbf{A}_0 \tilde{S} \cdots \mathbf{A}_{l-1} \tilde{S} \right]}_{\text{temps}} \Bigg\}_{\text{espace}} \quad (1.4)$$

où  $\mathbf{A}_u$  ( $0 \leq u < l$ ) sont des matrices de taille  $n_t \times 2n$  qui dépendent du codage utilisé. Historiquement l'un des premiers codes présentés dans la littérature est le codage d'Alamouti [Ala98] utilisant  $n_t = 2$  antennes.

**Exemple 1.2** *Le codage d'Alamouti encode un bloc de 2 symboles  $S = [s_1, s_2]^T$  en une matrice  $\mathbf{C}(S)$  de taille  $2 \times 2$  définie par :*

$$\mathbf{C}(S) = [\mathbf{A}_0 \tilde{S} \quad \mathbf{A}_1 \tilde{S}] = \begin{pmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

Les deux matrices de codage  $\mathbf{A}_0$  et  $\mathbf{A}_1$  sont respectivement définies par :

$$\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & j & 0 \\ 0 & 1 & 0 & j \end{pmatrix} \quad \mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & j \\ 1 & 0 & -j & 0 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

En sortie de modulateur, le flux symbole est divisé en plusieurs blocs de  $n$  symboles qui sont envoyés consécutivement au codeur spatio temporel. Les  $n_t$  flux d'échantillons sont construits en concaténant les matrices  $\mathbf{C}(S)$  en sortie du codeur. Dans la littérature, les échantillons transmis et reçus sont couramment décrits par une notation en bloc. Cette

---

<sup>3</sup>Le lecteur familier en techniques de codages spatio-temporels pourra remarquer que notre expression diffère de celle communément utilisée dans les articles et ouvrages du domaine. En effet la plupart des études préfèrent la notation orientée symbole définie par [LS03] :

$$\mathbf{C}(S) = \sum_{w=1}^{n_t} (\mathbf{E}_w \Re(s_w) + i \mathbf{F}_w \Im(s_w)) \quad (1.3)$$

L'utilisation de cette notation se révèle pratique lorsque la taille et le début de bloc sont connus du récepteur. La nôtre est préférable lorsque ces informations sont inconnues (voir chapitre 3).

description ne sera pas utilisée dans ce document car elle présuppose la connaissance de certaines informations à la réception (début de bloc, longueur de bloc). Nous adopterons pour notre étude une notation vectorielle de la communication. Notons  $S_v$  le  $v^e$  bloc de symboles et  $X(k) = [x_1(k), \dots, x_{n_t}(k)]^T$  les  $k^e$  éléments du flux d'échantillons, le vecteur  $X(k)$  s'exprime en fonction des matrices de codage et des blocs de symboles sous la forme :

$$X(k) = \mathbf{A}_{k \bmod l} \tilde{S}_{k \div l} \quad (1.7)$$

où les termes  $k \div l$  et  $k \bmod l$  correspondent respectivement au quotient et au reste de la division de  $k$  par  $l$ . Dans le cadre de notre étude, nous imposerons que la puissance moyenne soit équirépartie sur les  $n_t$  voies. Cette contrainte est respectée par la plupart des codes existants.

### Modélisation statistique

D'un point de vue statistique le vecteur  $S$  est une variable aléatoire composée de  $n$  symboles aléatoires, notés chacun  $s_w$  ( $1 \leq w \leq n$ ). En exploitant la relation (1.2) et le fait que les bits sont i.i.d, la probabilité d'occurrence du vecteur  $S$  est égale à :

$$P[S] = \prod_{w=1}^n P[s_w] = \frac{1}{M^n} \quad (1.8)$$

En utilisant la relation (1.7), les échantillons en sortie de codeur respectent la propriété  $P[X(k), X(k+t_1), \dots, X(k+t_n)] = P[X(k+l), X(k+t_1+l), \dots, X(k+t_n+l)]$ . La variable  $X(k)$  est alors dite *cyclostationnaire de période  $l$  au sens strict* et ses statistiques sont périodiques de période  $l$  à tout ordre [Gar94]. Comme mentionné auparavant, notre étude se limite aux codes pour lesquels la puissance moyenne est équirépartie sur les  $n_t$  voies. Cette contrainte s'exprime en fonction des statistiques d'ordre 2 de la variable  $X(k)$  sous la forme :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E[X(k)X^H(k)] = \sigma_X^2 \mathbf{I}_{n_t} \quad (1.9)$$

où  $\sigma_X^2$  est un scalaire qui désigne la puissance moyenne sur chaque voie et où  $\mathbf{I}_{n_t}$  désigne la matrice identité de taille  $n_t \times n_t$ .

#### 1.1.3 Dispositif RF

En sortie du codeur, le flux symbole est réparti sur  $n_t$  voies. Le dispositif Radio-Fréquence est l'entité qui convertit chaque voie en onde électromagnétique. La figure 1.4 présente l'architecture générale du dispositif.

A l'entrée du dispositif, les échantillons sont cadencés par une horloge à la fréquence  $f_s = \frac{1}{T}$  où  $T$  désigne la durée symbole. Lorsque une technique de multiplexage fréquentiel est utilisée (cas de l'OFDM par exemple [BSE04]), l'information sur chaque voie est

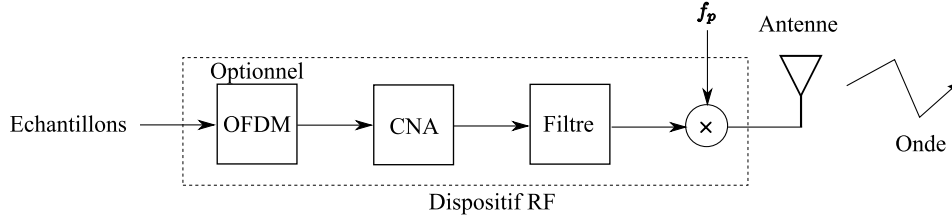


FIG. 1.4 – Schéma du dispositif RF

tout-d’abord répartie sur plusieurs sous-porteuses avant d’être convertie en *signal analogique* par un convertisseur Numérique-Analogique (CNA). Sans multiplexage fréquentiel, l’information est directement convertie en signal analogique. Dans ce manuscrit, nous abordons uniquement le cas des communications *sans multiplexage fréquentiel*<sup>4</sup>.

Pour limiter la largeur de bande du signal, un filtre de type passe-bas appelé *filtre d’émission* est appliqué au signal. A la sortie du filtre, le signal est transposé dans le domaine fréquentiel pour respecter les règles d’allocation du canal de propagation. Cette opération est réalisée en multipliant le signal par une fréquence porteuse  $f_p$ . Finalement le signal est transmis sous la forme d’une onde électromagnétique dans l’environnement de propagation.

## 1.2 Environnement de propagation

Les  $n_t$  ondes électromagnétiques générées par un émetteur MIMO se propagent dans un environnement avant d’être reçues par plusieurs antennes réceptrices (voir schéma 1.5).

Deux phénomènes entrent en jeu lors de la propagation. Premièrement, les ondes subissent différentes modifications liées à leur interaction avec l’environnement. Ces modifications sont essentiellement de trois types : réflexion, diffraction et diffusion [GZ04]. Deuxièmement, les signaux reçus sont dégradés par la superposition de signaux étrangers avec le signal utile. Ces signaux, communément appelés *bruit*, viennent s’ajouter au signal reçu sur chaque antenne.

Tout au long de ce manuscrit, nous utilisons le terme de *canal de communication* pour désigner l’ensemble composé du dispositif RF à l’émission, de l’environnement de propagation et du dispositif RF à la réception. Nous admettrons également que *les opérations RF sont parfaitement réalisées à la réception*. La référence [Liu04] présente notamment une technique pour estimer en aveugle le temps symbole.

<sup>4</sup>La référence [Akm99] présente une technique pour identifier les communications avec ou sans multiplexage fréquentiel. La méthode est initialement développée pour le cas SISO mais son principe peut être étendu au cas des communications MIMO

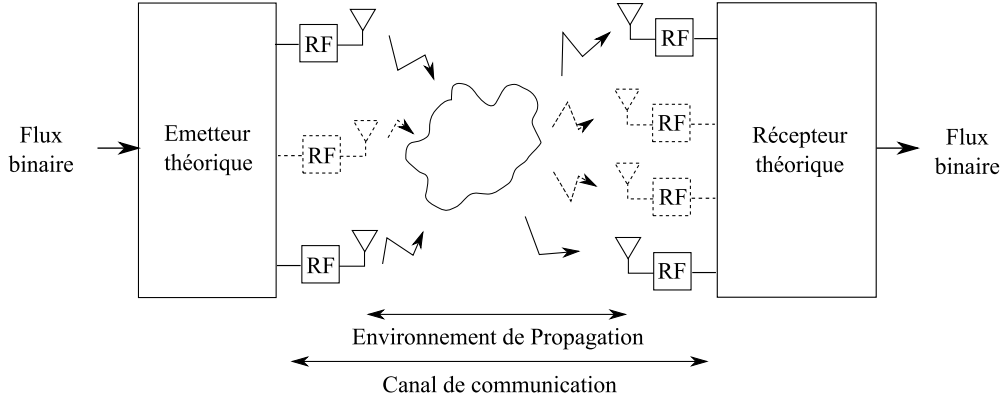


FIG. 1.5 – L'environnement de propagation

En admettant que les opérations RF sont parfaitement réalisées, les échantillons reçus  $Y(k) = [y_1(k), \dots, y_{n_r}(k)]^T$  à l'instant  $k$  par  $n_r$  antennes s'expriment en bande de base sous la forme :

$$Y(k) = G(k) + B(k) \quad (1.10)$$

où  $G(k)$  dépend de l'environnement de propagation et des échantillons transmis  $X(k)$  et où  $B(k)$  modélise le bruit additif. Ces deux termes sont détaillés dans les sous-sections suivantes.

### 1.2.1 Canal non-sélectif en fréquence et en temps

Sous l'hypothèse que la largeur de bande du signal transmis est suffisamment petite pour négliger l'interférence entre symboles (IES) et que la durée de transmission est faible, les caractéristiques du canal de communication ne dépendent ni de la fréquence ni du temps. Le canal est alors qualifié de *non-sélectif en fréquence et en temps*<sup>5</sup>. Dans un canal non-sélectif en fréquence et en temps, les échantillons  $G(k) = [g_1(k), \dots, g_{n_r}(k)]^T$  s'expriment en fonction des échantillons émis  $X(k)$  sous la forme.

$$G(k) = \mathbf{H}X(k) = \begin{pmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1n_t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n_r 1} & \cdots & h_{n_r n_t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(k) \\ \vdots \\ x_{n_t}(k) \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

où  $\mathbf{H}$  est une matrice de taille  $n_r \times n_t$  contenant les éléments complexes  $h_{uv}$ . Dans ce manuscrit, nous nous limiterons aux systèmes, dits *surdéterminés*, pour lesquels le nombre d'antennes émettrices est strictement inférieur au nombre d'antennes réceptrices ( $n_t < n_r$ ).

<sup>5</sup>Il existe des modélisations plus complexes du canal de propagation qui tiennent compte de sélectivité fréquentielle et temporelle du canal [GZ04].

### Modélisation statistique

Dans notre étude, nous modélisons les éléments  $h_{uv}$  par des variables aléatoires gaussiennes circulaires de moyenne nulle et de variance unitaire  $\mathcal{N}_c(0, 1)$ [LS03]. Pour cette distribution, la densité de probabilité de  $h_{uv}$  est égale à :

$$f(h_{uv}) = \frac{1}{\pi} \exp[-|h_{uv}|^2] \quad (1.12)$$

où  $|h_{uv}|^2$  désigne la norme de  $h_{uv}$ . La phase de chaque élément est alors distribuée uniformément dans l'intervalle  $[0, 2\pi[$  et leur module suit une loi de Rayleigh. Ce type de canal modélise les réflexions locales du signal lorsqu'il n'y a pas de trajet direct entre l'émetteur et le récepteur, il est désigné dans la littérature sous le terme de *canal de Rayleigh* [Pro01]. Nous admettrons également que la matrice de canal  $\mathbf{H}$  est de rang plein et que ses éléments sont statistiquement i.i.d.

#### 1.2.2 Bruit additif

Le bruit additif résulte de la superposition de signaux étrangers avec le signal utile. Nous admettrons dans ce manuscrit que la puissance moyenne du bruit sur les différentes antennes de réception est la même et que les échantillons de bruit reçus sur deux antennes différentes sont indépendants. Une manière de caractériser le niveau du bruit consiste à calculer le *rapport signal sur bruit* (SNR : Signal to Noise Ratio). En notant  $\sigma^2$  la puissance moyenne du bruit sur chaque antenne, nous définissons le SNR de la communication sous la forme[VY03] :

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \left( n_t \frac{\sigma_X^2}{\sigma^2} \right) \quad (1.13)$$

où  $\sigma_X^2$  désigne la puissance moyenne des échantillons sur chaque antenne émettrice. Son expression est définie par l'équation (1.9).

### Modélisation statistique

Dans l'ensemble de ce document, le bruit additif est modélisé par une variable multidimensionnelle gaussienne circulaire de moyenne nulle. Cette modélisation, couramment utilisée dans la littérature, est motivée par deux raisons. D'une part, lorsque le bruit est composé de plusieurs signaux étrangers i.i.d, le théorème limite centrale spécifie que sa distribution tend vers une loi gaussienne. D'autre part, la loi gaussienne est simple à manipuler car ses statistiques de premier et second ordre la décrivent entièrement. Sous l'hypothèse que la puissance du bruit est équirépartie à la réception et que le bruit est spatialement indépendant, ses statistiques de second ordre sont égales à  $E[B(k)B^T(k)] = \mathbf{0}$  et  $E[B(k)B^H(k)] = \sigma^2 \mathbf{I}_{n_t}$  où  $\sigma^2$  désigne la puissance du bruit sur chaque antenne. La densité de probabilité du vecteur  $B(k) = [b_1(k), \dots, b_2(k)]^T$  est alors donnée par la relation :

$$f(B(k)) = \frac{1}{(\pi\sigma^2)^{n_r}} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \|B(k)\|_F^2 \right] \quad (1.14)$$

### 1.3 Le récepteur

Le récepteur est l'entité qui convertit les  $n_t$  ondes reçues en flux binaire ; son architecture est présentée dans la figure 1.6. En contexte coopératif, les paramètres de

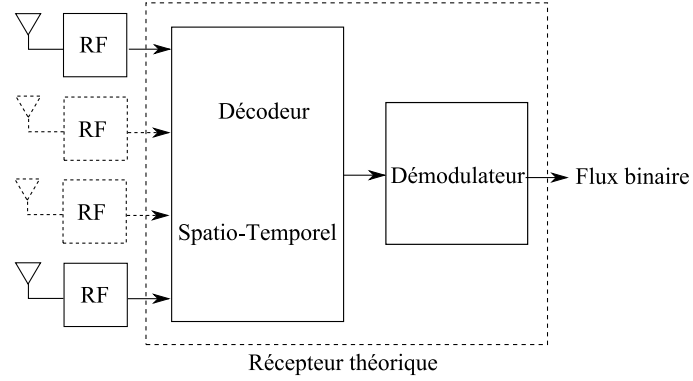


FIG. 1.6 – Architecture d'un récepteur MIMO

l'émetteur ainsi que le standard utilisé sont connus à la réception. Le standard spécifie notamment l'envoi de trames pilotes qui permet au récepteur d'estimer le canal de propagation. En exploitant ces informations, le récepteur utilise le décodeur et le démodulateur appropriés pour retrouver le flux binaire transmis. Le lecteur intéressé par les techniques employées pour réaliser ces opérations peut se référer à l'ouvrage [LS03].

#### 1.3.1 Architecture d'un récepteur non-coopératif

En contexte non-coopératif, l'estimation du flux binaire nécessite de reconnaître au préalable le décodeur ainsi que le démodulateur en aveugle.

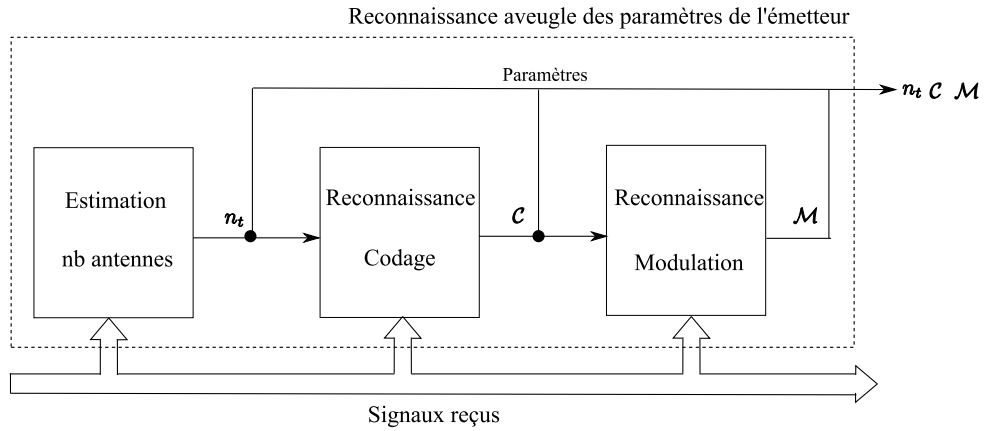


FIG. 1.7 – Architecture d'un récepteur non-coopératif MIMO

Nous présentons sur la figure 1.7 une architecture possible permettant de reconnaître ces paramètres à partir des signaux reçus. Pour faciliter la reconnaissance du codage, nous proposons d'estimer en amont le nombre d'antennes émettrices. L'estimation du nombre d'antennes  $n_t$  permet de limiter le nombre de codes possibles à ceux utilisant  $n_t$  émetteurs. Ensuite, le récepteur sélectionne le codage de la communication  $\mathcal{C}$ , puis détermine la modulation  $\mathcal{M}$  des symboles émis. Ces trois étapes sont détaillées respectivement dans les chapitres 2, 3 et 4 de ce manuscrit.

### 1.3.2 Modèle de signal

Nous présentons, dans cette sous-section, le modèle de signal adopté pour notre étude. Notons  $Y(k) = [y_1, \dots, y_{n_r}]^T$  les échantillons reçus sur les  $n_r$  antennes durant  $N$  instants ( $0 \leq k < N$ ). La synchronisation bloc étant inconnue du récepteur, considérons sans perte de généralité que les premiers échantillons reçus  $Y(0)$  correspondent à la  $k_1^e$  colonne ( $0 \leq k_1 < l$ ) d'un bloc spatio-temporel de longueur  $l$  où  $k_1$  est un nombre entier inconnu du récepteur. L'expression des signaux reçus s'obtient en utilisant les équations (1.10), (1.11) et (1.7), elle est donnée par :

$$Y(k) = \mathbf{H}X(k) + B(k) \quad (1.15)$$

$$\text{où } X(k) = \mathbf{A}_{(k+k_1) \bmod l} \tilde{S}_{(k+k_1) \div l} \quad (1.16)$$

où :

1.  $S_v = [s_1(v), \dots, s_n(v)]^T$  représentent le  $v^e$  vecteur de symboles transmis au codeur spatio-temporel et  $\tilde{S}_v = [\Re m(S_v), \Im m(S_v)]^T$ .
2. Les symboles  $s$  sont i.i.d, normalisés ( $E[|s|^2] = 1$ ) et appartiennent à une constellation  $\mathcal{M}$  composée de  $M$  éléments. La constellation  $\mathcal{M}$  est de type réelle où circulaire d'ordre 2.
3. Les symboles sont transmis à un codeur spatio-temporel  $\mathcal{C}$ . Les matrices  $\mathbf{A}_u$  ( $0 \leq u < l$ ) correspondent aux matrices de construction du codage  $\mathcal{C}$ .
4. Les premiers échantillons reçus  $Y(0)$  correspondent à la  $k_1^e$  colonne ( $0 \leq k_1 < l$ ) d'un bloc spatio-temporel.
5. La puissance moyenne des échantillons émis  $X(k)$  est spatialement équirépartie, c'est-à-dire  $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E[X(k)X^H(k)] = \sigma_X^2 \mathbf{I}_{n_t}$  où  $\sigma_X^2$  désigne l'énergie sur chaque antenne.
6. Le nombre d'antennes réceptrices est strictement supérieur au nombre d'antennes émettrices, c'est-à-dire  $n_r > n_t$ .
7. La matrice de canal  $\mathbf{H}$  de taille  $n_r \times n_t$  est de rang plein.
8.  $B(k)$  est une variable aléatoire multidimensionnelle qui suit une loi gaussienne circulaire  $\mathcal{N}_c(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r})$ .

Dans les chapitres suivants, nous proposons plusieurs techniques pour reconnaître en aveugle le nombre d'antennes émettrices  $n_t$ , le codage spatio-temporel  $\mathcal{C}$  et la modulation  $\mathcal{M}$  à partir des signaux reçus  $\mathbf{Y} = [Y(0), \dots, Y(N-1)]$  durant  $N$  instants.

## Chapitre 2

# Estimation du nombre d'antennes émettrices

L'originalité des communications MIMO par rapport aux communications mono-émetteur réside dans l'utilisation de plusieurs antennes à l'émission et à la réception. En contexte non-coopératif, le nombre d'antennes émettrices est une information inconnue du récepteur qui doit être estimée en aveugle à partir des échantillons reçus. Cette problématique est l'objet de ce chapitre.

La section 2.1 rappelle les hypothèses ainsi que le modèle de signal des communications reçues. Nous présentons dans la section 2.2 un état de l'art des différentes méthodes permettant l'estimation aveugle du nombre d'antennes par statistiques d'ordre deux. Ces méthodes possèdent comme point commun d'approximer la distribution des échantillons émis par une loi gaussienne mais sont toutefois applicables à des signaux provenant d'autres distributions. Dans le cas particulier des communications MIMO, la distribution des signaux possède la propriété d'être non-gaussienne quels que soient la modulation et le codage utilisés et nous proposons d'exploiter cette caractéristique dans la section 2.3. Nous présentons deux nouvelles méthodes de détection du nombre d'antennes émettrices basées sur des statistiques d'ordre supérieur, la première utilise un test d'adéquation alors que la seconde exploite des outils de reconnaissance de formes. Les performances des différentes méthodes de détection sont comparées dans la section 2.4 via des simulations de type Monte Carlo. Leur comportement est évalué en présence de différentes configurations MIMO, en particulier l'influence de la modulation, du codage spatio-temporel ainsi que de la structure spatiale du bruit est examinée. Les simulations montrent que la plupart des méthodes permet d'estimer parfaitement le nombre d'antennes à un rapport signal à bruit égal à 5dB lorsque 512 échantillons sont disponibles à la réception.



## 2.1 Rappel des hypothèses

Considérons une communication MIMO  $(n_r, n_t)$  où  $n_r$  et  $n_t$  désignent respectivement le nombre d'antennes réceptrices et émettrices. Les signaux reçus en bande de base à l'instant  $k$ , notés  $Y(k)$ , s'expriment sous la forme suivante (voir la sous-section 1.3.2) :

$$Y(k) = \mathbf{H}X(k) + B(k) \quad (2.1)$$

$$\text{où } X(k) = \mathbf{A}_{(k+k_1) \bmod l} \tilde{S}_{(k+k_1) \bmod l} \quad (2.2)$$

où :

1.  $S_v = [s_1(v), \dots, s_n(v)]^T$  représentent le  $v^{\text{e}}$  vecteur de symboles transmis au codeur spatio-temporel et  $\tilde{S}_v = [\Re m(S_v), \Im m(S_v)]^T$ .
2. Les symboles  $s$  sont i.i.d, normalisés ( $E[|s|^2] = 1$ ) et appartiennent à une constellation  $\mathcal{M}$  composée de  $M$  éléments. La constellation  $\mathcal{M}$  est de type réelle où circulaire d'ordre 2.
3. Les symboles sont transmis à un codeur spatio-temporel  $\mathcal{C}$ . Les matrices  $\mathbf{A}_u$  ( $0 \leq u < l$ ) correspondent aux matrices de construction du codage  $\mathcal{C}$ .
4. Les premiers échantillons reçus  $Y(0)$  correspondent à la  $k_1^{\text{e}}$  colonne ( $0 \leq k_1 < l$ ) d'un bloc spatio-temporel.
5. La puissance moyenne des échantillons émis  $X(k)$  est spatialement équirépartie, c'est-à-dire  $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E[X(k)X^H(k)] = \sigma_X^2 \mathbf{I}_{n_t}$  où  $\sigma_X^2$  désigne l'énergie sur chaque antenne.
6. Le nombre d'antennes réceptrices est strictement supérieur au nombre d'antennes émettrices, c'est-à-dire  $n_r > n_t$ .
7. La matrice de canal  $\mathbf{H}$  de taille  $n_r \times n_t$  est de rang plein.
8.  $B(k)$  est une variable aléatoire multidimensionnelle qui suit une loi gaussienne circulaire  $\mathcal{N}_c(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r})$ .

Sous ces notations et hypothèses, la détection du nombre d'antennes émettrices consiste à déterminer en aveugle la taille  $n_t$  du vecteur  $X(k)$  à partir des signaux reçus  $\mathbf{Y} = [Y(0), \dots, Y(N-1)]$  durant  $N$  instants.

## 2.2 Méthodes basées sur des statistiques de second ordre

Il est impossible de connaître la distribution exacte des échantillons émis  $X(k)$  sans connaître a priori la modulation et le codage utilisés. La plupart des méthodes d'estimation du nombre d'antennes disponibles dans la littérature approxime la distribution des signaux émis par la distribution gaussienne. Généralement, cette approximation est motivée par deux raisons. D'une part, sous certaines conditions, l'utilisation du théorème de la limite centrale permet de justifier cette approximation. Par exemple pour une communication utilisant un codage de type Multiplexage Spatial, les échantillons reçus sur chaque antenne sont composés d'un mélange de plusieurs variables i.i.d et d'un

bruit additif et leur distribution tend ainsi vers une loi gaussienne lorsque  $n_t$  est grand. D'autre part, la loi gaussienne est relativement simple à manipuler car ses statistiques de premier (moyenne) et second ordres (matrice de covariance) la décrivent entièrement.

En émettant l'hypothèse que les signaux émis sont stationnaires et centrés, la matrice de covariance des signaux émis est égale à  $E[X(k)X^H(k)] = \sigma_X^2 \mathbf{I}_{n_t}$ . La matrice de covariance des échantillons reçus  $\mathbf{R}_Y = E[Y(k)Y^H(k)]$  s'exprime alors sous la forme :

$$\mathbf{R}_Y = \mathbf{H}E[X(k)X^H(k)]\mathbf{H}^H + E[B(k)B^H(k)] \quad (2.3)$$

$$= \sigma_X^2 \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r} \quad (2.4)$$

La décomposition en valeurs propres de la matrice de covariance est donnée par :

$$\mathbf{R}_Y = \mathbf{U}\Delta\mathbf{U}^H \quad (2.5)$$

où  $\mathbf{U}$  et  $\Delta$  sont des matrices de taille  $n_r \times n_r$  respectivement unitaire ( $\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{I}_{n_r}$ ) et diagonale. La matrice  $\Delta$  contient les valeurs propres rangées dans l'ordre décroissant de la matrice de covariance et  $\mathbf{U}$  correspond aux vecteurs propres associés. Notons  $\lambda_u$  le  $u^e$  élément diagonal de la matrice  $\Delta$ , le théorème 2.1 spécifie que les  $n_r - n_t$  plus petites valeurs propres sont égales à  $\sigma^2$ .

**Théorème 2.1** *Sous l'hypothèse que la matrice  $\mathbf{H}$  est de rang plein, la valeur propre minimale de  $\mathbf{R}_Y$  est égale à  $\sigma^2$  et est de multiplicité  $m = n_r - n_t$ , c'est-à-dire :*

$$\lambda_{n_t+1} = \dots = \lambda_{n_r} = \sigma^2 \quad (2.6)$$

Le nombre d'antennes émettrices s'obtient alors en soustrayant l'ordre de multiplicité de la valeur propre minimale de  $\mathbf{R}_Y$  au nombre d'antennes réceptrices. En pratique la matrice de covariance  $\mathbf{R}_Y$  est inconnue et son estimateur, noté  $\hat{\mathbf{R}}_Y$ , est donné par la méthode des moments :

$$\hat{\mathbf{R}}_Y = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N Y(k)Y^H(k) \quad (2.7)$$

Les valeurs propres rangées dans l'ordre décroissant de cette matrice sont notées  $\hat{\lambda}_u$ . La qualité de l'estimation de la matrice de covariance et des valeurs propres associées dépend du nombre d'échantillons reçus  $N$ . Pour un nombre d'échantillons fini, les  $n_r - n_t$  plus petites valeurs propres sont proches mais non-égales et la détection de l'ordre de multiplicité de la valeur propre minimale est réalisée par des analyses statistiques.

### 2.2.1 État de l'art

Dans cette sous-section, nous présentons un état de l'art des approches les plus couramment utilisées pour détecter l'ordre de multiplicité de la valeur propre minimale de  $\hat{\mathbf{R}}_Y$ . Le lecteur intéressé par un état de l'art plus complet peut se référer vers l'article [AZC03] ou l'ouvrage français [Mar98].

### 2.2.1.1 Approche par test séquentiel

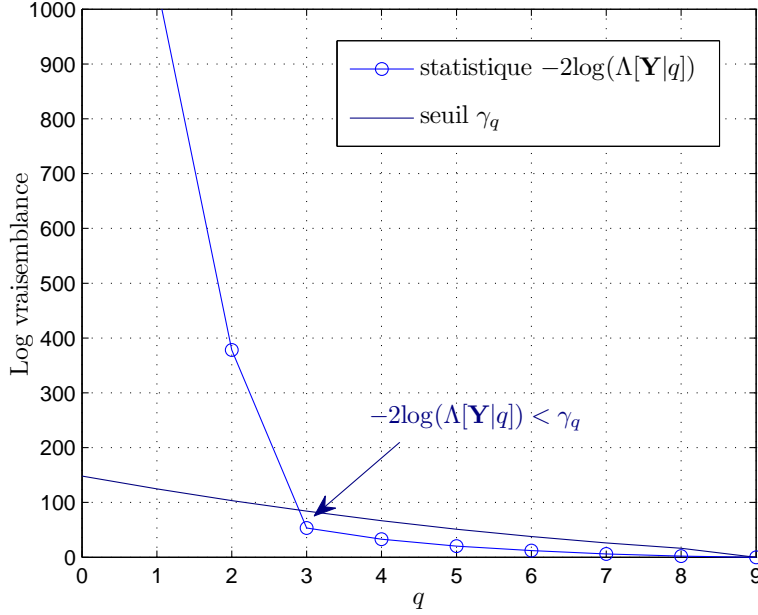


FIG. 2.1 – Détection du nombre d'antennes par test séquentiel. Exemple pour un système MIMO (10,3) ( $N=512$ , SNR=0dB, signaux gaussiens).

Une technique d'estimation du nombre d'antennes émettrices consiste à maximiser la probabilité d'obtenir les échantillons  $\mathbf{Y}$  par rapport au nombre d'antennes  $q$ . Cette probabilité est appelée *fonction de vraisemblance* du paramètre  $q$  et est notée  $\Lambda[\mathbf{Y}|q]$ . Lorsque les signaux émis sont gaussiens, le logarithme de la fonction de vraisemblance<sup>1</sup> s'exprime sous la forme [And63] :

$$\log(\Lambda[\mathbf{Y}|q]) = N(n_r - q) \cdot \log \left( \frac{\left( \prod_{u=q+1}^{n_r} \hat{\lambda}_u \right)^{\frac{1}{n_r - q}}}{\frac{1}{n_r - q} \sum_{u=q+1}^{n_r} \hat{\lambda}_u} \right) \quad (2.8)$$

Le terme entre parenthèses correspond au ratio de la moyenne géométrique sur la moyenne arithmétique des  $n_r - q$  plus petites valeurs propres  $\hat{\lambda}_u$ . Lorsque les  $n_r - q$  plus petites valeurs propres sont égales,  $\log(\Lambda[\mathbf{Y}|q]) = 0$ . En pratique, une méthode de détection possible du nombre d'antennes consiste à réaliser un test d'hypothèse séquentiel. En initialisant la valeur  $q$  à 0, le nombre d'antennes estimé correspond à la première valeur  $q$  pour laquelle  $\log(\Lambda[\mathbf{Y}|q]) \approx 0$ . Le test de nullité de la fonction de

<sup>1</sup>La fonction logarithme étant une fonction croissante, la maximisation de la fonction de vraisemblance est équivalente à la maximisation de son logarithme.

vraisemblance peut être réalisé par un détecteur à seuil. Lorsque la fonction  $\log(\Lambda[\mathbf{Y}|q])$  est approximativement nulle, la distribution de la statistique  $-2\log(\Lambda[\mathbf{Y}|q])$  suit une loi du  $\chi^2$  de degré  $(M - q)^2 - 1$  [Law56]. Le seuil de détection du test, noté  $\gamma_q$ , est alors fixé à partir d'une probabilité de fausse alarme et le nombre d'antennes estimé,  $\hat{n}_t$ , correspond à la première valeur de  $q$  respectant  $-2\log(\Lambda[\mathbf{Y}|q]) \leq \gamma_q$ . Pour illustrer le principe du test, la figure 2.1 présente la valeur de la statistique  $-2\log(\Lambda[\mathbf{Y}|q])$  et le seuil de détection ( $\text{pfa}=10^{-3}$ ) pour une communication MIMO (10,3). Le premier indice  $q$  pour lequel la statistique  $-2\log(\Lambda[\mathbf{Y}|q])$  est inférieure au seuil, ici 3, correspond au nombre d'antennes émettrices. Notons qu'une amélioration du test a été proposée dans [Jam69] où la fonction de vraisemblance est multipliée par un facteur de correction empirique.

La méthode de détection par test d'hypothèse séquentiel permet d'identifier entre 0 et  $n_r - 1$  antennes émettrices. Son utilisation nécessite de fixer un seuil de détection à partir d'une probabilité de fausse alarme.

### 2.2.1.2 Approche par critères d'information

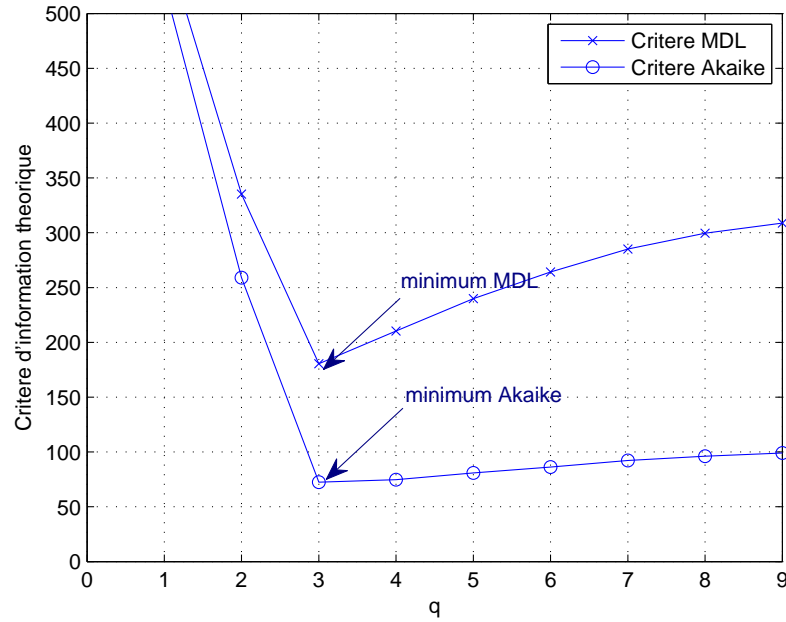


FIG. 2.2 – Détection du nombre d'antennes par critère d'information d'Akaike et MDL. Exemple pour un système MIMO (10,3) ( $N=512$ ,  $\text{SNR}=0\text{dB}$ , signaux gaussiens).

Les critères d'information se basent sur le principe de parcimonie ; le modèle décrivant au mieux les signaux reçus et utilisant le moins de paramètres est privilégié. Considérons les différentes modélisations possibles des signaux reçus, les critères d'information appliquent aux fonctions de vraisemblance  $\log(\Lambda[\mathbf{Y}|q])$  un terme de pénalité

$p(z)$  dépendant du nombre de paramètres libres  $z$  [WK85]. Le nombre d'antennes émettrices détecté,  $\hat{n}_t$ , est alors donné par :

$$\hat{n}_t = \arg \min_q (-\log(\Lambda[\mathbf{Y}|q]) + p(z)) \quad (2.9)$$

où le nombre de paramètres libres est égal à  $z = q(2n_r - q) + 1$ . Dans l'article de référence [WK85], deux critères d'information sont considérés : le critère d'Akaike [Aka74] et le critère de la longueur minimale (MDL) [Ris78]. Les termes de pénalité associés à ces deux critères sont respectivement donnés :

$$p^{(AIC)}(z) = z \quad (2.10)$$

$$p^{(MDL)}(z) = \frac{1}{2} z \log(N) \quad (2.11)$$

La figure 2.2 présente la valeur des critères d'information d'Akaike et MDL pour une communication MIMO (10,3). Le nombre d'antennes estimé correspond à la valeur  $q$  qui minimise chaque critère, c'est-à-dire ici 3 dans les deux cas.

La méthode de détection par critères d'information permet de détecter entre 0 et  $n_r - 1$  antennes sans avoir à fixer un seuil de détection subjectivement. Plusieurs auteurs ont proposé des améliorations de cette méthode. Dans [FM99], les auteurs prennent en considération le cas où les valeurs propres sont permutées c'est-à-dire lorsque l'ordre des valeurs propres estimées ne correspond pas nécessairement à celui des valeurs propres réelles. Les cercles de Gershgorin ont également été exploités dans [WYC95] pour améliorer la détection.

### 2.2.1.3 Approche par modèle de décroissance des valeurs propres

Une autre approche de détection du nombre d'antennes consiste à modéliser la décroissance des valeurs propres du bruit. Le nombre d'antennes détectées correspond alors à l'indice de la première valeur propre se décrochant du modèle. Dans [CWR91], les auteurs ont proposé une modélisation adaptative de la décroissance des valeurs propres du bruit appelée PET (Predicted Eigenvalues Threshold). La valeur propre  $\hat{\lambda}_q$  est estimée à partir des  $n_r - q - 1$  plus petites valeurs propres de la matrice de covariance. Lorsque  $\hat{\lambda}_q$  correspond à une valeur propre du bruit et sous l'hypothèse que les signaux émis sont gaussiens, sa modélisation est bornée supérieurement par :

$$\hat{\lambda}_q \leq \frac{1 + \gamma(N(n_r - q + 1))^{-1/2}}{1 - \gamma(N(n_r - q)) - n_r - q} \times \left( \frac{n_r - q + 1}{n_r - q} \sum_{u=q+1}^{n_r} \hat{\lambda}_u \right) \quad (2.12)$$

---

<sup>2</sup>En rappelant que les valeurs propres d'une matrice de covariance complexe sont réelles mais que les vecteurs propres sont complexes, le nombre de paramètres libres est égal à  $q + 1 + 2n_r q$ . Cependant tous les paramètres ne sont pas ajustés indépendamment ; les vecteurs propres sont de norme unitaire et sont mutuellement orthogonaux. La normalisation et l'orthogonalisation conduisent à une réduction respective de  $2q$  et  $2q(q - 1)$  paramètres libres.

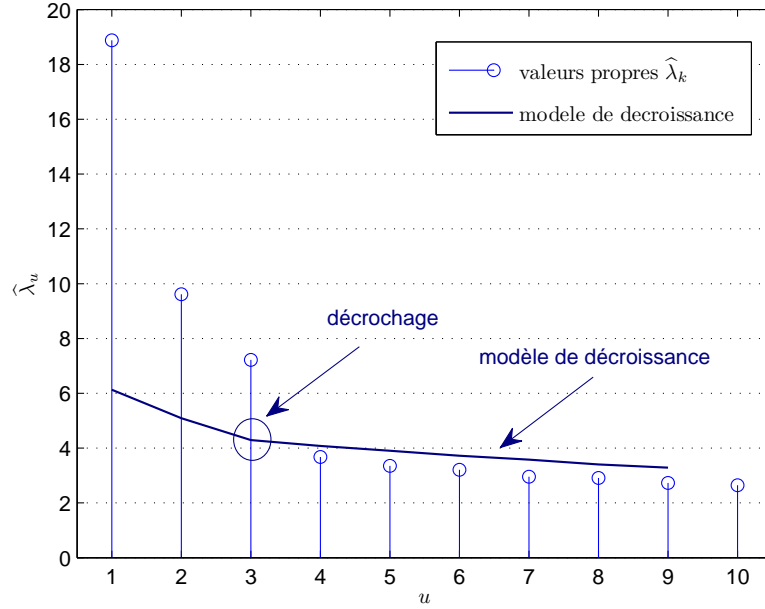


FIG. 2.3 – Détection du nombre d'antennes par modèle de décroissance des valeurs propres. Exemple pour un système MIMO (10,3) ( $N=512$ ,  $\text{SNR}=0\text{dB}$ , signaux gaussiens).

où  $\gamma$  est un seuil de détection fixé à partir de simulations numériques[CWR91]. La détection du nombre d'antennes est alors basée sur un test d'hypothèse séquentiel. Le test est initialisé en posant  $q = n_r - 1$ . Si  $\hat{\lambda}_q$  est inférieur à la borne de prédiction,  $q$  est décrémenté. Finalement, le nombre d'antennes émettrices correspond à la première valeur de  $q$  pour laquelle  $\hat{\lambda}_q$  est supérieure à la borne de prédiction. La figure 2.3 présente le principe de la méthode pour une communication MIMO (10,3). Le décrochage entre les valeurs propres et leur modélisation apparaît à  $q = 3$ . Dans [GLC96], la décroissance des valeurs propres du bruit est modélisée par une fonction exponentielle. De manière similaire, le nombre d'antennes émettrices correspond à l'indice de la première valeur propre se décrochant du modèle. Le décrochage est obtenu lorsque l'erreur de prédiction entre une valeur propre et sa modélisation est supérieure à un seuil. Le seuil de détection est fixé à partir de simulations de type Monte Carlo.

Les méthodes de détection du nombre d'antennes par modèle de décroissance des valeurs propres permettent de détecter entre 0 et  $n_r - 1$  antennes émettrices et possèdent l'avantage d'être relativement simples et peu coûteuses en calcul.

### 2.2.2 Applications au contexte des communications MIMO

Les méthodes de détection du nombre d'antennes par statistiques d'ordre 2 émettent l'hypothèse que les signaux émis sont gaussiens et stationnaires. En présence de signaux de télécommunication MIMO, la distribution statistique des signaux émis dépend de la modulation et du codage spatio-temporel employés. Quels que soient le codage et la modulation, cette distribution est non-gaussienne et les signaux émis sont généralement cyclostationnaires. L'application des méthodes de détection par statistiques d'ordre deux dans un contexte de communications MIMO est discutée dans cette sous-section.

Les méthodes de détection par statistiques d'ordre deux exploitent les propriétés de la matrice de covariance des signaux reçus. En présence de signaux stationnaires, les matrices de covariance des signaux émis et reçus sont indépendantes de l'index temporel  $k$ . Pour des signaux utilisant un codage spatio-temporel, les signaux émis sont cyclostationnaires et les matrices de covariance dépendent de l'index temporel  $k$ . Il est montré dans [SW90] que la connaissance de la fréquence cyclique peut se révéler très avantageuse pour détecter le nombre d'antennes au moyen d'autocorrélations cycliques. Lorsque cette fréquence est inconnue, une solution consiste à remplacer les matrices de covariance par leurs moyennes temporelles. La moyenne temporelle des signaux reçus, définie par :

$$\langle E[Y(k)Y^H(k)] \rangle_N = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E[Y(k)Y^H(k)] \quad (2.13)$$

possède en effet les mêmes propriétés que la matrice de covariance ; l'ordre de multiplicité de sa valeur propre minimale est égale à  $n_r - n_t$ . En pratique, la moyenne temporelle est inconnue du récepteur et estimée par la méthode des moments, l'expression de son estimateur est strictement identique à celle de la matrice de covariance  $\hat{\mathbf{R}}_Y$  (voir équation 2.7). Nous en déduisons que la détection de l'ordre de multiplicité de la valeur propre minimale de  $\hat{\mathbf{R}}_Y$  permet d'estimer le nombre d'antennes émettrices également dans le cas de signaux cyclostationnaires.

Pour réaliser la détection de l'ordre de multiplicité de la valeur propre minimale, les méthodes de la littérature font l'hypothèse que les signaux émis sont gaussiens. Il est alors important de se questionner sur la robustesse de ces méthodes pour des signaux issus d'une autre distribution. Cette question a été en partie abordée dans la référence [FGM02] où les auteurs évaluent la robustesse des approches par critères d'information en présence de signaux de communications MIMO utilisant différentes modulations linéaires et un codage de type Multiplexage Spatial. Malgré les écarts d'hypothèses, les simulations montrent que les méthodes par critère d'information sont très robustes et que leurs performances sont peu affectées par la non-gaussiannité des signaux émis.

## 2.3 Nouvelles méthodes basées sur des statistiques d'ordre supérieur

Les techniques de détection du nombre d'antennes par statistiques d'ordre 2 exploitent la propriété d'indépendance statistique entre les signaux émis et le bruit et la propriété de décorrélation spatiale du bruit. Dans une communications MIMO, les signaux émis possèdent également la propriété d'être indépendants, identiquement distribués et non gaussiens quels que soient la modulation et le codage spatio-temporel utilisés. L'utilisation seule des statistiques d'ordre 2, ne permet pas de mettre en évidence cette propriété suggérant ainsi l'utilisation de statistiques d'ordre supérieur<sup>3</sup> désignées par l'acronyme anglais HOS (High Order Statistic).

Les méthodes proposées dans cette section exploitent les statistiques d'ordre supérieur pour détecter le nombre d'antennes émettrices. Ces méthodes fonctionnent en deux temps : tout d'abord de nouvelles composantes sont extraites pour exploiter le caractère non-gaussien des échantillons émis puis des post-traitements sont effectués pour détecter le nombre de composantes non-gaussiennes, c'est-à-dire le nombre d'antennes. Notons que les méthodes développées dans cette section admettent l'hypothèse que les signaux proviennent d'un codage de type Multiplexage Spatial. Leurs comportements en présence de signaux issus d'autres codages sont évalués dans la section 2.4.

### 2.3.1 Extraction de composantes non gaussiennes

Dans un contexte de communication MIMO, le signal reçu sur chaque antenne est composé d'un mélange de signaux non-gaussiens i.i.d et d'un bruit additif. Le théorème de la limite centrale spécifie que la somme de variables aléatoires i.i.d tend vers une loi gaussienne. En d'autres termes, la distribution des échantillons  $\mathbf{H}X(k)$  est plus proche d'une loi gaussienne que celle de  $X(k)$ . En exploitant cette propriété, nous proposons de séparer les signaux reçus afin d'extraire de nouvelles composantes non-gaussiennes. Nous montrons alors que le nombre de composantes non-gaussiennes correspond au nombre d'antennes émettrices.

L'extraction des nouvelles composantes est réalisée en appliquant une matrice de démixage  $\mathbf{W}$  de taille  $n_r \times n_r$  aux signaux reçus sous contrainte que la variance des nouvelles composantes soit unitaire. Les composantes extraites  $Y^I = [Y_1^I(k), \dots, Y_{n_r}^I(k)]^T$  s'expriment sous la forme :

$$Y^I(k) = \mathbf{W}Y(k) \text{ où } E[Y^I(k)(Y^I(k))^H] = \mathbf{I}_{n_r} \quad (2.14)$$

En pratique, la recherche de  $\mathbf{W}$  peut être réalisée par un algorithme d'Analyse en Composantes Indépendantes (ACI) [HKO01] exploitant les statistiques d'ordre supérieur des signaux. Lorsque le nombre de signaux à extraire correspond au nombre d'antennes, les composantes extraites correspondent aux signaux émis à un facteur de permutation,

---

<sup>3</sup>sous-entendu supérieur à deux



de phase et d'échelle près. Lorsque le nombre de composantes à extraire est supérieur au nombre d'antennes, une partie des composantes extraites correspond aux signaux émis avec les mêmes ambiguïtés que précédemment, et les composantes restantes se composent d'un mélange de bruits gaussiens et tend, en vertu du théorème de la limite centrale, vers un bruit gaussien. Le théorème suivant résume ce résultat.

**Théorème 2.2** *Sous l'hypothèse que les signaux émis sont non-gaussiens, indépendants et que la matrice de canal est de rang plein, les  $n_r$  ( $n_r \geq n_t$ ) composantes extraites se répartissent en deux classes :*

- *Classe  $\mathcal{O}_s$  constituée de  $n_t$  composantes non-gaussiennes et de variance unitaire s'exprimant sous la forme :*

$$y_v^I(k) = \alpha_v e^{j\theta_v} x_u(k) + b_v(k) \quad (2.15)$$

*où  $\alpha_v$ ,  $e^{j\theta_v}$  correspondent respectivement à un facteur d'amplitude et de phase,  $x_u(k)$  correspond au  $k^{\text{ème}}$  échantillon émis sur l'antenne  $u$  et où  $b_v(k)$  est un bruit gaussien.*

- *Classe  $\mathcal{O}_g$  constituée de  $n_r - n_t$  composantes gaussiennes s'exprimant sous la forme :*

$$y_w^I(k) = b_w(k) \quad (2.16)$$

*où  $b_w(k)$  est un bruit gaussien complexe circulaire de moyenne nulle et de variance unité.*

La détection du nombre d'antennes émettrices s'obtient en évaluant la distribution statistique des composantes séparées : le cardinal de  $\mathcal{O}_s$  correspond au nombre de composantes non-gaussiennes c'est-à-dire au nombre d'antennes émettrices. Pour illustrer ce principe, les figures 2.4(a), 2.4(b) et 2.4(c) présentent l'histogramme respectif des échantillons reçus sur chaque antenne pour une communication MIMO (3,2). L'émetteur transmet 10000 symboles QPSK par antenne<sup>4</sup> et le rapport signal sur bruit de la communication est de 20dB. Les figures 2.4(d), 2.4(e) et 2.4(f) présentent l'histogramme des composantes séparées. La dernière composante possède un histogramme qui semble plus proche de la densité de probabilité d'une loi gaussienne complexe circulaire que celui des deux premières composantes. Dans les sous-sections suivantes nous proposons deux méthodes permettant la détection automatique du nombre d'antennes à partir des composantes séparées.

### 2.3.2 Approche par tests d'adéquation (HOS-KS)

Nous proposons dans cette sous-section une méthode originale pour détecter le nombre d'antennes émettrices  $n_t$  à partir d'un test d'adéquation. Cette méthode nommée HOS-KS a été présentée à la conférence ICASSP 2008 [CYCB08a].

---

<sup>4</sup>L'estimation de l'histogramme 3D nécessite un nombre d'échantillons élevé

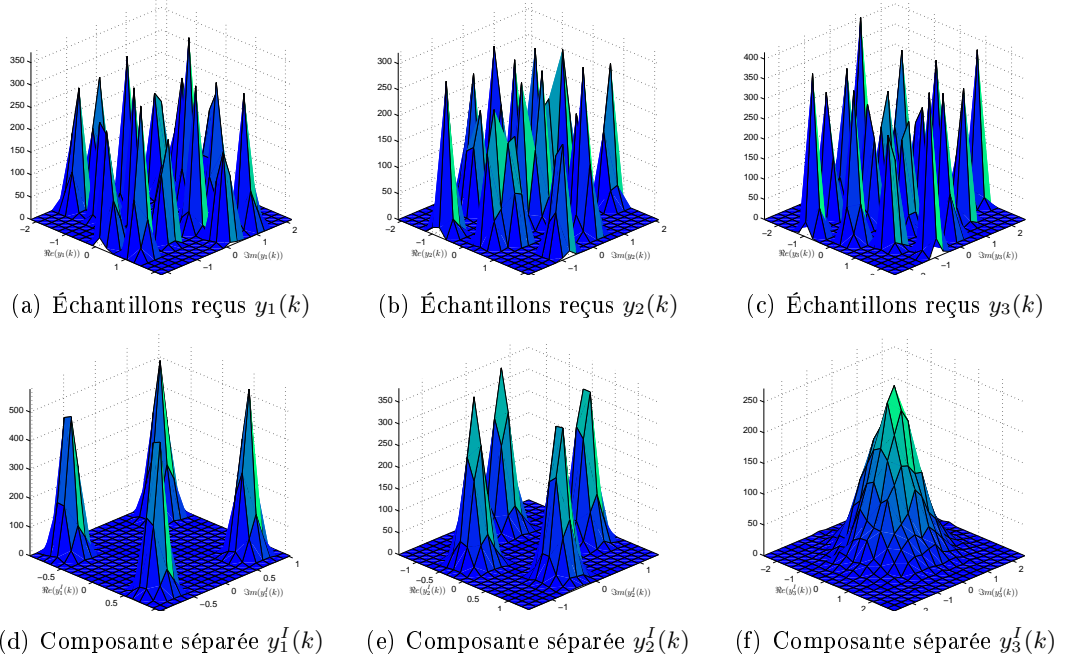


FIG. 2.4 – Histogrammes des échantillons avant et après séparation pour un système MIMO (3,2) utilisant une modulation QPSK et un codage de type Multiplexage Spatial. Après séparation, les composantes des figures (d) et (e) contiennent les signaux émis alors que la composante de la figure (f) correspond à un mélange de bruits gaussiens.

Considérons la  $u^e$  composante séparée  $y_u^I(k)$ , la gaussiannité de cette composante est déterminée à partir du test d'adéquation suivant les hypothèses :

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 & : y_u^I(k) \sim \mathcal{N}_c(0, 1) \\ \mathcal{H}_1 & : y_u^I(k) \text{ suit une autre loi} \end{cases}$$

Le test précédant est un test d'adéquation à deux dimensions car la loi de référence est une loi gaussienne complexe ; les parties réelle et imaginaire suivent toutes les deux une loi gaussienne  $\mathcal{N}(0, \frac{1}{2})$ . La référence [MM04] présente un état de l'art des différents tests d'adéquation disponibles pour les lois gaussiennes multi-dimensionnelles. Un des inconvénients majeurs de ces tests réside dans leur complexité. Pour simplifier la mise en place du test, le test d'adéquation est restreint à une seule dimension. Nous proposons d'utiliser le module de la composante  $y_u^I(k)$ .

Sous l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$ , la distribution du module de  $y_u^I(k)$  suit une loi de Rayleigh de paramètre  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  dont la densité de probabilité et la fonction de répartition, notées respectivement  $f_X(x)$  et  $F_X(x)$ , sont définies pour tout  $x$  positif par [Pro01] :

$$f_X(x) = 2xe^{-x^2} \quad \forall x \geq 0 \quad (2.17)$$

$$F_X(x) = 1 - e^{-x^2} \quad \forall x \geq 0 \quad (2.18)$$

Sous l'hypothèse  $\mathcal{H}_1$ , la distribution du module dépend du bruit, de la modulation et du codage spatio-temporel. L'exploitation du module est particulièrement appropriée pour les communications MIMO utilisant une modulation par saut de phase (PSK) et un codage de type Multiplexage Spatial car le module des signaux émis est constant. La distribution des composantes est alors très éloignée de la distribution d'une loi de Rayleigh ce qui facilite la discrimination des deux hypothèses.

Il existe plusieurs techniques permettant d'effectuer le test d'adéquation du module avec une loi de Rayleigh. Les tests d'adéquation du chi-2 et de Kolmogorov-Smirnov sont les plus couramment utilisés dans la littérature. Nous proposons d'utiliser le test de Kolmogorov-Smirnov dont les performances sont supérieures à celles du test du chi-2 lorsque le nombre d'échantillons disponibles est faible. Le test d'adéquation de Kolmogorov-Smirnov compare la valeur d'une fonction de répartition de référence avec la fonction de répartition empirique d'une variable aléatoire. Dans notre contexte, la fonction de répartition de la loi de Rayleigh est comparée avec la fonction de répartition empirique du module de chaque composantes séparées, notée  $\hat{F}_u(x)$ . La fonction de répartition empirique,  $\hat{F}_u(x)$ , s'obtient par l'équation suivante :

$$\hat{F}_u(x) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{I}_{|y_u(n)| \leq x} \quad (2.19)$$

où la fonction indicatrice  $\mathbf{I}_{|y_u(k)| \leq x}$  correspond au nombre d'élément de  $|y_u(k)|$  inférieur à  $x$ . La décision du test est basée sur la distance maximale, notée  $D_u$ , entre la fonction de répartition de référence et la fonction de répartition empirique des composantes, c'est-à-dire :

$$D_u = \sup_x |\hat{F}_u(x) - F_X(x)| \quad (2.20)$$

L'hypothèse  $\mathcal{H}_0$  est rejetée (acceptation de  $\mathcal{H}_1$ ) si  $\sqrt{N}D_u$  est supérieur à un seuil  $\gamma$ . Le seuil  $\gamma$  s'obtient à partir d'une probabilité de fausse alarme pfa sous la forme

$$\text{pfa} = \mathbf{P}[\sqrt{N}D_u > \gamma_{\text{pfa}}] \quad (2.21)$$

où la probabilité  $\mathbf{P}[\sqrt{N}D_u > \gamma_{\text{pfa}}]$  converge pour un nombre d'échantillons  $N$  élevé vers la distribution de Kolmogorov [Mis64] définie par :

$$\mathbf{P}[\sqrt{N}D_u > \gamma_{\text{pfa}}] = 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} e^{-2k^2 \gamma_{\text{pfa}}^2} \quad (2.22)$$

La figure 2.5 présente la fonction de répartition empirique du module de chaque composante séparée pour une communication MIMO (3,2). Visuellement, seule la fonction  $\hat{F}_3(x)$  semble en adéquation avec la loi de Rayleigh. Ce résultat est confirmé en utilisant le test d'adéquation. L'algorithme 1 résume le principe de la méthode de détection du nombre d'antennes par statistique d'ordre supérieur et tests d'adéquation.

**Entrées :**  $Y(k)$ ,  $pfa$   
**Sorties :**  $\hat{n}_t$

```

1 début
2    $\hat{n}_t \leftarrow 0$ ;
3   calcul du seuil du test  $\gamma_{pfa}$  via l'équation 2.21;
4   calcul de la matrice de démixage  $\mathbf{W}$  de taille  $n_r \times n_r$  par ACI (par exemple JADE);
5    $[y_1^I(k), \dots, y_{n_r}^I(k)]^T \leftarrow \mathbf{W}Y(k)$ ;
6   pour  $u = 0 \rightarrow n_r$  faire
7     calcul de  $\hat{F}_u(x)$  avec l'équation 2.19 et de  $D_u$  avec l'équation 2.20;
8     si  $\sqrt{N}D_u > \gamma_{pfa}$  alors
9        $\hat{n}_t \leftarrow \hat{n}_t + 1$ ;
10    fin
11  fin
12 fin

```

**Algorithme 1 :** Reconnaissance du nombre d'émetteur par tests d'adéquation (HOS-KS).

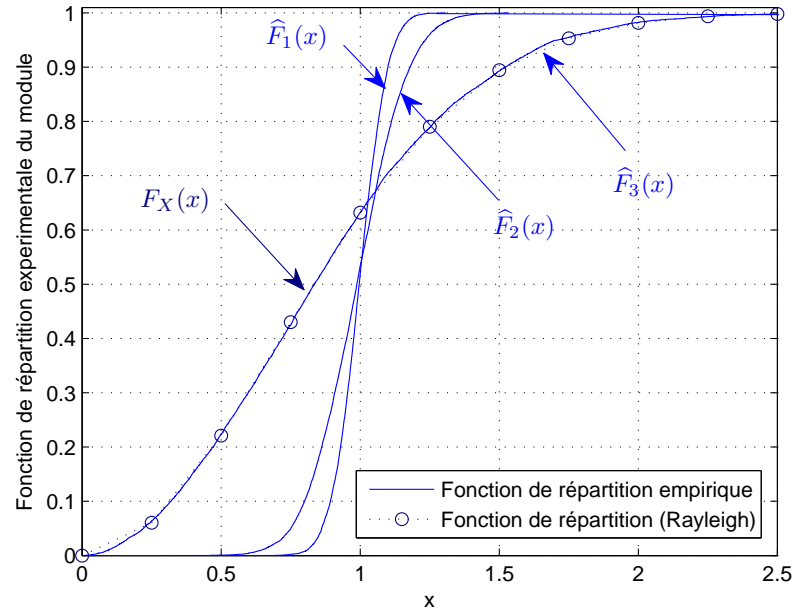


FIG. 2.5 – Fonction de répartition empirique du module des composantes séparées. Communication MIMO (3,2) QPSK avec Multiplexage Spatial ( $N=512$  et  $\text{SNR}=0\text{dB}$ ).

### 2.3.3 Approche par outils de Reconnaissance de Formes (HOS-RdF)

La détection du nombre d'antennes par test d'adéquation nécessite de fixer subjectivement un seuil  $\gamma$  à partir d'une probabilité de fausse alarme. Dans cette sous-section, nous proposons une nouvelle méthode de détection indépendante de  $\gamma$  nommée HOS-RdF. La méthode exploite à la fois la distribution statistique du bruit et celle des signaux émis. La distribution des différentes composantes extraites est tout d'abord caractérisée par statistiques d'ordre supérieur, puis leur caractérisation est utilisée en entrée d'un algorithme de clustering pour détecter le nombre de composantes non-gaussiennes c'est-à-dire le nombre d'antennes émettrices.

#### 2.3.3.1 Caractérisation par Statistiques d'Ordre Supérieur

Les Statistiques d'Ordre Supérieur (HOS) permettent de mettre en évidence le caractère non-gaussien d'une variable aléatoire. Parmi les différentes HOS, les *cumulants* possèdent plusieurs propriétés remarquables. Notons  $\kappa_{m,n}(x)$  ( $(m, n) \in \mathbb{N}^2$ ), les cumulants d'une variable aléatoire stationnaire  $x$  définis par :

$$\kappa_{m,n}(x) = \text{cum}(\underbrace{x, \dots, x}_m, \underbrace{x^*, \dots, x^*}_n) \quad (2.23)$$

Ce cumulant  $\kappa_{m,n}(x)$  possède les propriétés suivantes [Ros85] :

**Théorème 2.3** (*Additivité*) Soit  $N$  variables aléatoires indépendantes  $x_z$ , le cumulant de leurs sommes est égal à la somme des cumulants, c'est-à-dire :

$$\kappa_{u,v}\left(\sum_{z=1}^N x_z\right) = \sum_{z=1}^N \kappa_{m,n}(x_z) \quad (2.24)$$

**Théorème 2.4** (*Homogénéité*) Soit  $x$  une variable aléatoire et  $c$  une constante complexe, le cumulant de leur produit s'exprime sous la forme

$$\kappa_{m,n}(c \times x) = c^m \times (c^*)^n \times \kappa_{m,n}(x) \quad (2.25)$$

**Théorème 2.5** (*Nullité*) Soit une variable gaussienne multidimensionnelle  $x$ . Les cumulants d'ordre supérieur ou égal à 3 sont tous nuls, c'est-à-dire :

$$\forall m + n \geq 3, \kappa_{m,n}(x) = 0 \quad (2.26)$$

Les cumulants ont été largement exploités dans le cadre de l'Analyse en Composantes Indépendantes [HKO01] et de la reconnaissance de modulation [SS00],[SBS00],[WN01] et [GJD04a]. Dans notre contexte, nous proposons d'utiliser les cumulants d'ordre supérieur à 3 pour caractériser la distribution statistique des composantes  $Y^I(k)$  dont l'expression est donnée par le théorème 2.2. Pour les composantes gaussiennes,  $y_w^I(k)$ , la propriété de nullité spécifie que les cumulants d'ordre supérieur à 3 sont théoriquement

nuls. Pour les composantes non gaussiennes, ces cumulants s'obtiennent en exploitant les propriétés d'additivité, d'homogénéité et de nullité ; ils s'expriment sous la forme :

$$\kappa_{m,n}(y_v^I(k)) = \alpha_u^{m+n} e^{j\theta_u(m-n)} \kappa_{m,n}(x_u(k)) \quad (2.27)$$

Le cumulants de la composante  $y_v^I(k)$  dépend des facteurs de phase  $\theta_u$  et d'amplitude  $\alpha_u$  et du cumulants des échantillons émis sur la  $u^{ieme}$  antenne. Remarquons que la contribution du facteur de phase dans l'équation 2.27 s'annule lorsque  $m = n$  et que l'utilisation du module des cumulants,  $|\kappa_{m,n}(y_v^I(k))|$ , permet d'annuler sa contribution lorsque  $m \neq n$ .

Pour caractériser la distribution des composantes non gaussiennes, nous proposons alors d'utiliser les cumulants suivants :

$$\forall m \geq 2, \kappa_{m,m}(y_v^I(k)) = \alpha_u^{2m} \kappa_{m,m}(x_u(k)) \quad (2.28)$$

$$\forall (m+n) \geq 3 \text{ et } m \neq n, |\kappa_{m,n}(y_v^I(k))| = \alpha_u^{m+n} |\kappa_{m,n}(x_u(k))| \quad (2.29)$$

Le facteur d'amplitude  $\alpha_u$  dépend implicitement de la variance du bruit  $\sigma^2$  et de la matrice de démixage  $\mathbf{W}$ . En rappelant que la variance des différentes composantes est normalisée à 1, le facteur d'amplitude  $\alpha_u$  tend vers l'unité lorsque la variance du bruit est proche de 0. Asymptotiquement, les cumulants  $\kappa_{m,m}(y_v^I(k))$  et  $|\kappa_{m,n}(y_v^I(k))|$  dépendent alors uniquement des cumulants des signaux émis. Sous l'hypothèse d'un codage de type Multiplexage Spatial, les cumulants  $\kappa_{m,n}(x_u(k))$  dépendent uniquement de la modulation  $\mathcal{M}$  des échantillons  $x_u(k)$ . A l'ordre  $n+m=3$ , ces cumulants sont nuls car les modulations  $\mathcal{M}$  sont centrées et symétriques. A l'ordre  $m+n=4$ , les valeurs des cumulants en fonction de la modulation sont disponibles dans la référence [SS00]. Pour les modulations  $4 \geq \text{PSK}$  et QAM,  $\kappa_{3,1}(x_u(k)) = 0$ . Les valeurs théoriques de  $\kappa_{2,2}(x_u(k))$  et  $\kappa_{4,0}(x_u(k))$  sont exposées dans la table 2.1. Nous nous limitons ici à l'ordre 4 car une bonne estimation des cumulants d'ordre supérieur nécessite de disposer d'un grand nombre d'échantillons.

Modulation ASK			Modulation PSK			Modulation QAM		
Nb état	$\kappa_{2,2}$	$\kappa_{4,0}$	Nb état	$\kappa_{2,2}$	$\kappa_{4,0}$	Nb état	$\kappa_{2,2}$	$\kappa_{4,0}$
2	-2	2	4	-1	1	4	-1	1
4	-1.36	1.36	16	-1	0	16	-0.68	0.68
8	-1.24	1.24	32	-1	0	32	-0.69	0.19
16	-1.21	-1.21	64	-1	0	64	-0.62	-0.62

TAB. 2.1 – Valeur théorique des cumulants de  $x_u(k)$  en fonction de la modulation.

Compte tenu des remarques précédentes, nous proposons de restreindre la caractérisation des composantes non-gaussiennes aux cumulants  $\kappa_{2,2}(y_u^I(k))$  et  $|\kappa_{4,0}(y_u^I(k))|$ . Ces deux cumulants s'expriment en fonction des moments de la variable  $y_u(k)$  sous la

forme :

$$\kappa_{2,2}(y_u^I(k)) = E[|y_u^I(k)|^4] - \left| E[(y_u^I(k))^2] \right|^2 - 2E[|y_u^I(k)|^2]^2 \quad (2.30)$$

$$|\kappa_{4,0}(y_u^I(k))| = \left| E[(y_u^I(k))^4] - 3E[(y_u^I(k))^2]^2 \right| \quad (2.31)$$

En pratique ces statistiques sont estimées par la méthode des moments. Leurs estimateurs, notés respectivement  $\hat{\kappa}_{2,2}(y_u^I(k))$  et  $\hat{\kappa}_{4,0}(y_u^I(k))$ , sont donnés par :

$$\hat{\kappa}_{2,2}(y_u^I(k)) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |y_u^I(k)|^4 - \left| \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (y_u^I(k))^2 \right|^2 - 2 \left( \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |y_u^I(k)|^2 \right)^2 \quad (2.32)$$

$$|\hat{\kappa}_{4,0}(y_u^I(k))| = \left| \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (y_u^I(k))^4 - 3 \left( \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (y_u^I(k))^2 \right)^2 \right| \quad (2.33)$$

### 2.3.3.2 Classification par $k$ -moyennes

L'utilisation d'un classifieur permet de détecter automatiquement le nombre de composantes gaussiennes et non-gaussiennes à partir de leur cumulants. Nous proposons d'utiliser l'algorithme des  $k$ -moyennes qui possède l'avantage d'être simple, rapide et non supervisé.

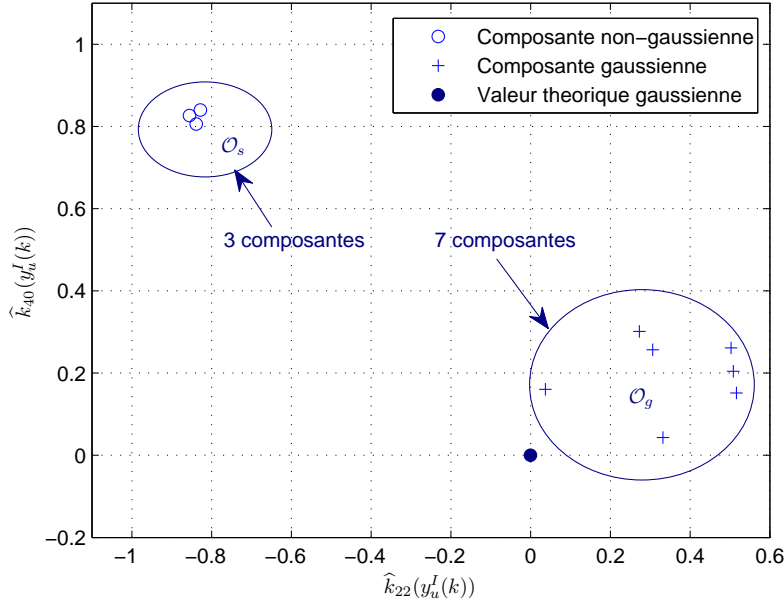


FIG. 2.6 – Communication MIMO (10,3) utilisant une Modulation QPSK et un Multiplexage Spatial (N=512 et SNR=10dB). Classification des composantes démêlées par  $k$ -moyennes.

L'algorithme des  $k$ -moyennes divise un ensemble de vecteurs de l'espace en  $k$ -classes de sorte à minimiser la distance euclidienne entre le centre de gravité et les points de chaque classe [Seb84]. Notons  $K_u = [\hat{\kappa}_{2,2}(y_u^I(k)), |\hat{\kappa}_{4,0}(y_u^I(k))|]$ , le vecteur contenant les estimateurs des cumulants d'ordre 4 de la composante  $y_u^I(k)$ . Les vecteurs  $K_u$  des différentes composantes sont divisés en deux classes, notées  $\mathcal{O}_1$  et  $\mathcal{O}_2$  par l'algorithme des  $k$ -moyennes en fixant  $k = 2$ . En sortie de l'algorithme, la classe des composantes gaussiennes  $\mathcal{O}_g$  est identifiée en recherchant parmi les deux classes celle dont le centre de gravité est le plus proche du vecteur nul. La classe des composantes non-gaussiennes correspond à  $\mathcal{O}_s$  et une estimation du nombre d'antennes émettrices est obtenue en dénombrant ses composantes.

La figure 2.6 illustre l'étape de classification pour une communication MIMO (10,3). Elle affiche les cumulants et la classe de chacune des composantes après application de l'algorithme des  $k$ -moyennes ( $k=2$ ). Les cumulants théoriques du bruit gaussien sont également exposés. Nous pouvons constater que le nombre de composantes non-gaussiennes est égal au nombre d'antennes émettrices. L'algorithme 2 résume le principe de la méthode d'estimation du nombre d'antennes par outils de reconnaissance de forme. Par rapport aux autres techniques d'estimation, cette méthode possède l'inconvénient d'estimer au minimum une antenne et au maximum  $n_r - 1$  antennes ( $1 \leq \hat{n}_t \leq n_r - 1$ ).

<b>Entrées :</b> $Y(k)$	
<b>Sorties :</b> $\hat{n}_t$	
<b>1</b>	<b>début</b>
<b>2</b>	calcul de la matrice de démixage $\mathbf{W}$ de taille $n_r \times n_r$ ;
<b>3</b>	$[y_1^I(k), \dots, y_{n_r}^I(k)]^T \leftarrow \mathbf{W}Y(k)$ ;
<b>4</b>	<b>pour</b> $u = 0 \rightarrow n_r$ <b>faire</b>
<b>5</b>	estimation du cumulant $\hat{\kappa}_{2,2}(y_u^I(k))$ avec l'équation 2.32;
<b>6</b>	estimation du cumulant $ \hat{\kappa}_{4,0}(y_u^I(k)) $ avec l'équation 2.33;
<b>7</b>	$K_u \leftarrow [\hat{\kappa}_{2,2}(y_u^I(k)),  \hat{\kappa}_{4,0}(y_u^I(k)) ]^T$ ;
<b>8</b>	<b>fin</b>
<b>9</b>	classification des vecteurs $K_u$ ( $0 \leq u < n_r$ ) en deux classes $\mathcal{O}_1$ et $\mathcal{O}_2$ par l'algorithme des $k$ -moyenne ( $k = 2$ );
<b>10</b>	identification de la classe $\mathcal{O}_s$ dont le centre de gravité est le plus éloigné, au sens euclidien, du vecteur nul;
<b>11</b>	$\hat{n}_t$ correspond au nombre d'éléments de $\mathcal{O}_s$ ;
<b>12</b>	<b>fin</b>

**Algorithme 2 :** Reconnaissance du nombre d'émetteur par outils de reconnaissance de formes (HOS-RdF).



## 2.4 Comparaison des méthodes

Dans cette section, nous évaluons les performances de 6 méthodes de détection du nombre d'antennes.

- Quatre méthodes basées sur les statistiques du second ordre. Nous évaluons les performances de l'approche par test d'hypothèse séquentiel [Law56], par critères d'information [WK85] et l'approche par modèle de décroissance des valeurs propres [CWR91].
- Nos deux méthodes (HOS-KS et HOS-RdF) basées sur des statistiques d'ordre supérieur.

Les paramètres de chaque méthode sont spécifiés dans le tableau 2.2.

Méthode	Légende	Paramètres	$\min(\hat{n}_t)$	$\max(\hat{n}_t)$
Test d'hypothèse	hypothese	pfa=0.001	0	$n_r - 1$
Critère d'information	wax MDL	Critère MDL <sup>5</sup>	0	$n_r - 1$
Seuil décrochage	PET	$\gamma = 1.5$	0	$n_r - 1$
SOS adéquation	HOS KS	JADE[CS93], pfa=0.001	0	$n_r$
SOS RdF	HOS RdF	JADE [CS93]	1	$n_r - 1$

TAB. 2.2 – Méthodes considérées.

Les performances sont quantifiées en mesurant la probabilité de bonne détection de chaque méthode, c'est-à-dire la probabilité que la méthode estime correctement le nombre d'antennes émettrices. Nous estimons cette probabilité via des simulations de type Monte Carlo (1000 simulations pour chaque Rapport Signal sur Bruit). Pour chaque simulation, les symboles émis sont i.i.d et le canal est de type Rayleigh non sélectif en temps et en fréquence.

### 2.4.1 Influence de la modulation

Dans cette sous-section, nous évaluons les performances de détection du nombre d'antennes en présence de communications MIMO (4,2) utilisant un Multiplexage Spatial et différentes modulations.

La figure 2.7 présente les performances des différentes méthodes en présence de signaux gaussiens. Nous remarquons que les meilleures performances sont obtenues par la méthode basée sur un modèle de décroissance des valeurs propres. La probabilité de bonne détection obtenue avec cette méthode est proche de 1 pour un rapport signal sur bruit de 5dB. Les performances obtenues avec les méthodes par test séquentiel et critères d'information sont légèrement inférieures. Comme prévu, les approches par statistiques d'ordre supérieur (HOS) ne fonctionnent pas car elles se basent sur la non-gaussiannité des signaux émis.

La figure 2.8 présente les performances des différentes méthodes en présence de signaux MIMO utilisant une modulation 2ASK. Comparées au cas gaussien, les perfor-

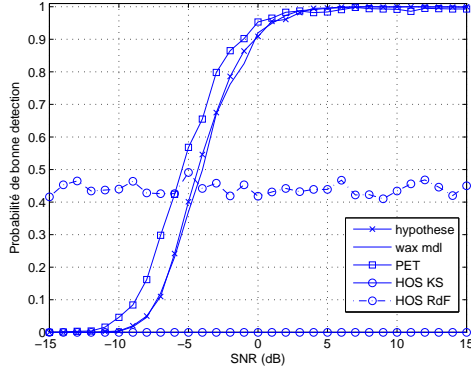


FIG. 2.7 – Signaux émis gaussiens. Communication MIMO (4,2),  $N=512$ , Multiplexage spatial.

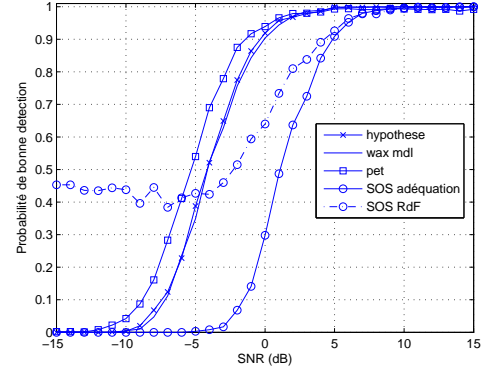


FIG. 2.8 – Modulation 2ASK. Communication MIMO (4,2),  $N=512$ , Multiplexage spatial.

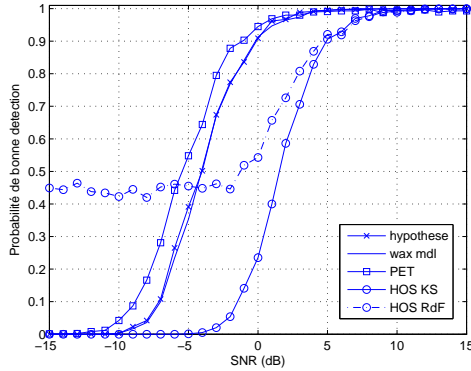


FIG. 2.9 – Modulation QPSK. Communication MIMO (4,2),  $N=512$ , Multiplexage spatial.

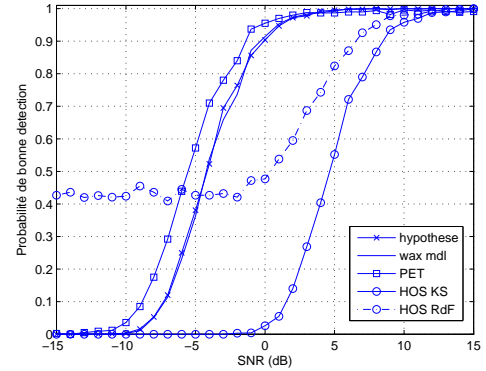


FIG. 2.10 – Modulation 16QAM. Communication MIMO (4,2),  $N=512$ , Multiplexage spatial.

mances des approches par statistique de second ordre (test d'hypothèses séquentiel, critères d'information, modèle de décroissance des valeurs propres) sont quasi-identiques. Ces méthodes sont robustes à des écarts d'hypothèses sur la distribution des signaux émis. La figure montre que les méthodes par statistiques d'ordre supérieur fonctionnent moins bien que celles par statistique d'ordre 2. Pour obtenir des performances égales, le rapport signal sur bruit doit être supérieur de 5dB. La figure 2.9 présente les performances des différentes méthodes en présence de signaux MIMO utilisant une modulation QPSK. Le comportement de l'ensemble des méthodes est similaire au cas 2ASK.

La figure 2.10 présente les performances des différentes méthodes en présence de signaux MIMO utilisant une modulation 16QAM. Les performances des approches par statistiques de second ordre sont identiques au cas gaussien, 2ASK et QPSK. Par contre

le comportement des approches par statistiques d'ordre supérieur se dégrade en présence de signaux 16QAM. La méthode basée sur un test d'adéquation fonctionne moins bien car, contrairement aux modulations 2ASK et QPSK, le module d'une constellation 16QAM n'est pas constant et il est alors plus difficile de distinguer le module d'une composante gaussienne de celui d'un signal 16QAM. La méthode par outils de reconnaissance de formes fonctionne également moins bien en présence de signaux 16QAM. Ce comportement s'explique par le fait que les cumulants des modulations 16QAM sont plus faibles que ceux des modulations 2-ASK et QPSK et donc plus proches de ceux du bruit (voir tableau 2.1)

### 2.4.2 Influence du codage Spatio-Temporel

L'ensemble des méthodes de détection du nombre d'antennes émettent l'hypothèse que les signaux émis sont stationnaires. En pratique cette hypothèse est seulement vérifiée en présence d'un codage de type Multiplexage Spatial. Dans cette sous-section, nous évaluons les performances des méthodes de détection en présence de différents codages spatio-temporels.

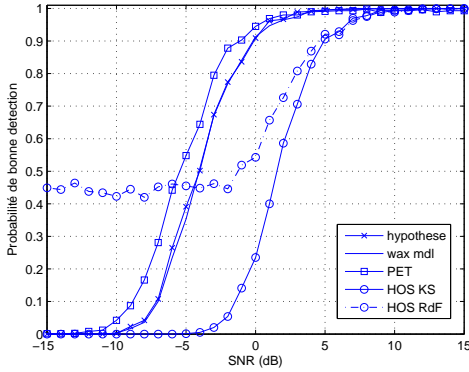


FIG. 2.11 – Multiplexage spatial, Communication MIMO (4,2),  $N=512$ , Modulation QPSK.

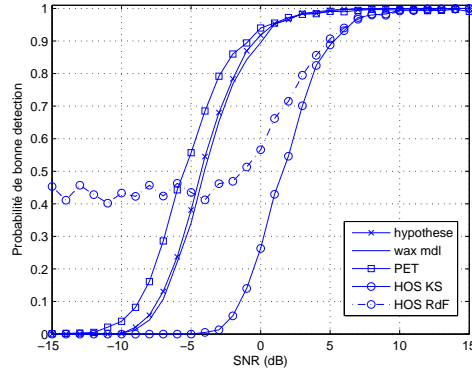


FIG. 2.12 – Codage d'Alamouti, Communication MIMO (4,2),  $N=512$ , Modulation QPSK.

Les figures 2.11 et 2.12 présentent la probabilité de bonne détection de l'ensemble des méthodes en présence de communication MIMO (4,2). La figure 2.11 présente les performances en présence d'un codage de type Multiplexage Spatial. Les probabilités de bonne détection des méthodes par statistiques de second ordre (test d'hypothèse, critère d'information et modèle de décroissance des valeurs propres) sont supérieures à celles des méthodes par statistiques d'ordre supérieur. La figure 2.12 expose les performances des différentes méthodes en présence d'un codage d'Alamouti. Le codage introduit une cyclostationnarité de période  $\tau = 2$  qui ne semble pas affecter les performances de détection. D'autres simulations menées en présence de codages OSTBC3 de rendement

$\frac{1}{2}$  et  $\frac{3}{4}$  ont montré un comportement similaire.

### 2.4.3 Influence de la structure spatiale du bruit

Dans cette section, nous relâchons une des hypothèses de ce chapitre en évaluant le comportement des différentes méthodes en présence de bruit spatialement corrélé. Nous considérons le cas où la matrice de covariance du bruit est modélisée par :

$$E[B(k)B^H(k)] = \frac{\sigma^2}{2}\mathbf{I}_{nr} + \frac{\sigma^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & \rho^1 & \dots & \rho^{n_r-1} \\ \rho^1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 1 & \rho^1 \\ \rho^{n_r-1} & \dots & \rho^1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

où  $\rho$  est un paramètre permettant de régler le niveau de corrélation spatiale. Ce modèle de bruit correspond à la présence d'un bruit blanc thermique et d'un bruit extérieur de même énergie à la réception [CACF04].

La figure 2.13 présente les performances de détection des différentes méthodes lorsque  $\rho = 0$  (bruit spatialement décorrélé). Comme observé auparavant les méthodes par statistiques d'ordre 2 fonctionnent mieux que les méthodes par statistique d'ordre supérieur. Pour obtenir des performances similaires, le rapport signal sur bruit diffère de 5dB.

La figure 2.14 présente les performances lorsque  $\rho = 0.1$ . Nous constatons qu'en présence de bruit corrélé les performances des méthodes par statistiques d'ordre 2 chutent et qu'aucune de ces méthodes ne permet d'estimer parfaitement le nombre d'antennes pour un SNR égal à 15dB. En présence de bruit corrélé, le théorème 2.1 n'est pas valide et l'ordre de multiplicité de la valeur propre minimale de  $\mathbf{R}_Y$  ne permet pas de détecter le nombre d'antennes émettrices. La méthode par modèle de décroissance des valeurs propres est la plus affectée ; sa probabilité de bonne détection tend vers 0.7. A contrario, les méthodes par statistiques d'ordre supérieur semblent robustes. Ce comportement s'explique par le fait que les cumulants d'ordre 4 du bruit gaussien sont nuls quelque soit sa structure spatiale.

Les figures 2.15 et 2.16 présentent les performances en présence d'un bruit de corrélation élevée ( $\rho = 0.2$  et  $\rho = 0.3$  respectivement). Comme remarqué précédemment, les méthodes par statistiques d'ordre 2 sont fortement affectées par la structure spatiale du bruit alors que celles exploitant les statistiques d'ordre supérieure semblent plus robustes.

Notons que plusieurs auteurs ont proposé des algorithmes basés sur des statistiques d'ordre 2 fonctionnant en présence de bruit corrélé. Des méthodes fonctionnant par test séquentiel et par critère d'information sont exposées respectivement dans les références [CRW96] et [ZW93]. Le principe de ses méthodes repose sur l'utilisation de deux réseaux d'antennes réceptrices suffisamment espacés, ce type de configuration sort du cadre de notre étude.

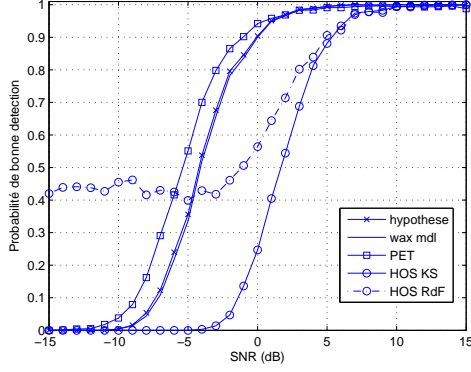


FIG. 2.13 – Bruit spatialement décorré ( $\rho = 0$ ). Communication MIMO (4,2),  $N=512$ , Multiplexage spatial, Modulation QPSK.

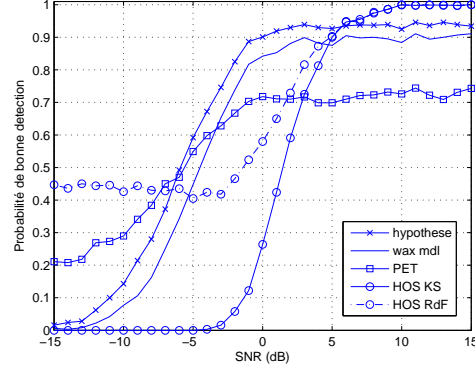


FIG. 2.14 – Bruit spatialement corrélé ( $\rho = 0.1$ ). Communication MIMO (4,2),  $N=512$ , Multiplexage spatial, Modulation QPSK.

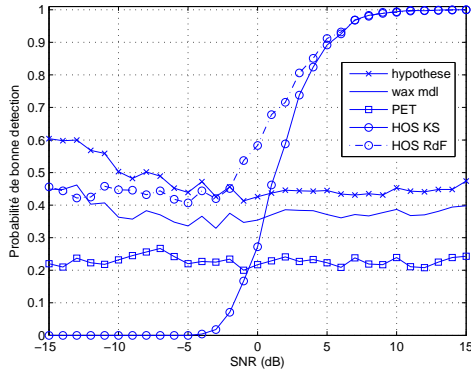


FIG. 2.15 – Bruit spatialement corrélé ( $\rho = 0.2$ ). Communication MIMO (4,2),  $N=512$ , Multiplexage spatial, Modulation QPSK.

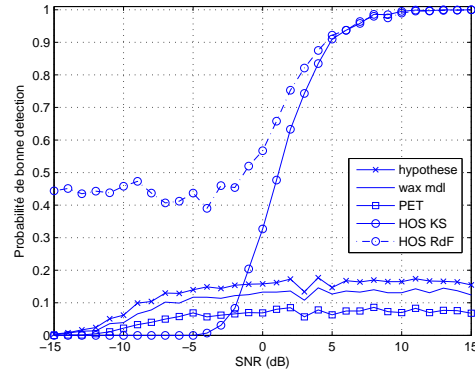


FIG. 2.16 – Bruit spatialement corrélé ( $\rho = 0.3$ ). Communication MIMO (4,2),  $N=512$ , Multiplexage spatial, Modulation QPSK.

## 2.5 Discussion

Ce chapitre s'est intéressé au problème de détection du nombre d'antennes en présence de signaux de télécommunication MIMO.

Le comportement de plusieurs méthodes disponibles dans la littérature a été évalué. Plus précisément, nous avons étudié les performances des approches par test d'hypothèse séquentiel, critère d'information et par modèle de décroissance des valeurs propres. Bien que ces méthodes soient initialement développées pour des signaux gaussiens et stationnaires, les simulations ont montré leur robustesse en présence de signaux de com-

munications MIMO et leurs performances ne semblent pas affectées par la modulation et le codage spatio-temporel. Dans la plupart des environnements, les meilleures performances ont été obtenues avec l'approche par modèle de décroissance des valeurs propres (PET).

Alors que les méthodes précédentes exploitent quasi-exclusivement les statistiques d'ordre 2 des signaux reçus, nous avons proposé deux nouvelles méthodes de détection basées sur des statistiques d'ordre supérieur. Les simulations montrent que dans le cas idéal (bruit décorrélié spatialement), les performances des méthodes par statistiques d'ordre supérieure sont inférieures à celles des méthodes par statistique d'ordre 2. Des performances équivalentes nécessitent en effet une augmentation du SNR de 5dB. L'intérêt des nouvelles approches HOS réside dans leur robustesse par rapport à la structure spatiale du bruit. Les simulations ont montré que leurs performances ne semblent pas altérées en présence de bruit corrélé spatialement.



## Chapitre 3

# Reconnaissance aveugle des codes linéaires spatio-temporels en bloc

Le codage spatio-temporel est une technique qui permet d'améliorer le débit et/ou la robustesse d'une transmission sans fil. Depuis les travaux pionniers d'Alamouti en 1998 [Ala98], les recherches dans le domaine ont connu un essor exceptionnel. Il existe aujourd'hui un grand nombre de codes disponibles dans la littérature et plus d'une dizaine de livres leur est consacrée. Face à la multitude des codes existants, nous proposons dans ce chapitre 5 méthodes originales pour reconnaître en aveugle le codage d'une communication MIMO à partir de signaux reçus sur un réseau de plusieurs antennes.

La section 3.1 introduit la problématique et les différents codes considérés. Nous présentons dans la section 3.2 trois méthodes de reconnaissance basées sur le maximum de vraisemblance applicables dans le cas idéal où le canal et la modulation sont connus du récepteur. Ces approches se différencient par la façon de traiter les symboles émis : la première méthode traite ces quantités comme des variables aléatoires alors que les deux autres les traitent comme des quantités déterministes préalablement estimées. Nous présentons dans la section 3.3 deux méthodes par outils de reconnaissance de formes applicables lorsque le canal et la modulation sont inconnus du récepteur. La première approche utilise un arbre de décision pour classer automatiquement le codage à partir des moyennes spatio-temporelles des signaux recus. La seconde approche exploite les moyennes spatio-temporelles des signaux blanchis. Après blanchiment, nous montrons que les normes de ces moyennes dépendent uniquement du codage et qu'une classification basée sur la minimisation d'un critère de distance permet de reconnaître le codage. Les performances des différentes méthodes de reconnaissance sont comparées dans la section 3.4. Nous évaluons plus particulièrement leur comportement pour des problèmes de reconnaissance de codages utilisant 2 ou 3 antennes émettrices.



### 3.1 Rappel des hypothèses

Considérons une communication MIMO  $(n_r, n_t)$  où  $n_r$  et  $n_t$  désignent respectivement le nombre d'antennes réceptrices et émettrices. Les signaux reçus en bande de base à l'instant  $k$ , notés  $Y(k) = [y_1(k), \dots, y_{n_r}(k)]^T$ , s'expriment sous la forme (voir la sous-section 1.3.2) :

$$Y(k) = \mathbf{H}X(k) + B(k) \quad (3.1)$$

$$\text{où } X(k) = \mathbf{A}_{(k+k_1) \bmod l} \tilde{S}_{(k+k_1) \bmod l} \quad (3.2)$$

où :

1.  $S_v = [s_1(v), \dots, s_n(v)]^T$  représentent le  $v^{\text{e}}$  vecteur de symboles transmis au codeur spatio-temporel et  $\tilde{S}_v = [\Re m(S_v), \Im m(S_v)]^T$ .
2. Les symboles  $s$  sont i.i.d, normalisés ( $E[|s|^2] = 1$ ) et appartiennent à une constellation  $\mathcal{M}$  composée de  $M$  éléments. La constellation  $\mathcal{M}$  est de type réelle où circulaire d'ordre 2.
3. Les symboles sont transmis à un codeur spatio-temporel  $\mathcal{C}$ . Les matrices  $\mathbf{A}_u$  ( $0 \leq u < l$ ) correspondent aux matrices de construction du codage  $\mathcal{C}$ .
4. Les premiers échantillons reçus  $Y(0)$  correspondent à la  $k_1^{\text{e}}$  colonne ( $0 \leq k_1 < l$ ) d'un bloc spatio-temporel.
5. La puissance moyenne des échantillons émis  $X(k)$  est spatialement équirépartie, c'est-à-dire  $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E[X(k)X^H(k)] = \sigma_X^2 \mathbf{I}_{n_t}$  où  $\sigma_X^2$  désigne l'énergie sur chaque antenne.
6. Le nombre d'antennes réceptrices est strictement supérieur au nombre d'antennes émettrices, c'est-à-dire  $n_r > n_t$ .
7. La matrice de canal  $\mathbf{H}$  de taille  $n_r \times n_t$  est de rang plein.
8.  $B(k)$  est une variable aléatoire multidimensionnelle qui suit une loi gaussienne circulaire  $\mathcal{N}_c(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r})$ .

La reconnaissance du codage consiste à sélectionner le codage spatio-temporel  $\mathcal{C}$  parmi un ensemble de codages possibles noté  $\Theta_c$  à partir des échantillons reçus  $\mathbf{Y}$  durant  $N$  instants. Dans ce chapitre, nous admettons que le nombre d'antennes émettrices<sup>1</sup>  $n_t$  et la variance du bruit<sup>2</sup>  $\sigma^2$  sont préalablement estimés. Dans la section 3.2, nous considérons également le cas idéal où le canal et la modulation sont connus du récepteur.

#### 3.1.1 Les codes spatio-temporels considérés

Il existe une grande variété de codes spatio-temporels, ces codes se classent en deux grandes catégories : les codes spatio-temporels en treillis (STTC)[Blu02] et les codes

<sup>1</sup>Lorsque le nombre d'antennes émettrices est connu, l'ensemble des codes possibles  $\Theta_c$  est limité à celui des codes utilisant  $n_t$  antennes.

<sup>2</sup>Lorsque le nombre d'antennes émettrices est connu, une estimation de la variance du bruit s'obtient en moyennant les  $n_r - n_t$  plus petites valeurs propres de la moyenne temporelle  $\hat{\mathbf{R}}_{Y,H}(0)$ .

spatio-temporels en bloc (STBC) [LS03]. Dans ce chapitre, nous nous limiterons à la reconnaissance des codes en bloc (STBC). Ces codes sont plus simples à mettre en oeuvre que les STTC et à ce titre sont plus couramment utilisés. De plus, nous nous limiterons à l'étude des STBC linéaires car les contributions en codage en bloc non-linéaires sont marginales [SPP02] [San03].

Un STBC de rendement  $r = \frac{n}{l}$  encode un bloc de  $n$  symboles, noté  $S = [s_1, \dots, s_n]^T$ , en une matrice  $\mathbf{C}(S)$  de taille  $n_t \times l$ . Pour les codes linéaires, chaque élément de la matrice  $\mathbf{C}(S)$  est une combinaison linéaire des parties réelles et imaginaires des symboles  $S$ . En notant  $\tilde{S}$  le vecteur de taille  $2n$  construit en concaténant la partie réelle et imaginaire de  $S$ , la matrice  $\mathbf{C}(S)$  s'exprime sous la forme générale suivante :

$$\mathbf{C}(S) = [\mathbf{A}_0 \tilde{S}, \dots, \mathbf{A}_{l-1} \tilde{S}] \quad (3.3)$$

$$= \sum_{w=1}^n (\mathbf{E}_w \Re(s_w) + i \mathbf{F}_w \Im(s_w)) \quad (3.4)$$

où  $\mathbf{E}_w$  et  $\mathbf{F}_w$  sont des matrices de taille  $n_t \times l$  et  $\mathbf{A}_u$  une matrice de taille  $n_t \times 2n$ . Les équations (3.3) et (3.4) diffèrent par la manière de décrire le codage. La première équation correspond à une description temporelle du codage alors que la seconde correspond à une description orientée symbole. Remarquons qu'en contexte coopératif, la description orientée symbole est la plus couramment utilisée. En contexte non coopératif, nous utilisons la description temporelle car la longueur des blocs  $l$  est inconnue du récepteur.

La classe des codes linéaires en bloc est vaste et se décompose en plusieurs sous catégories. Nous détaillons ici trois grandes catégories : le Multiplexage Spatial, les codes orthogonaux et les codes quasi-orthogonaux.

### 3.1.1.1 Le Multiplexage Spatial

A proprement parler, le Multiplexage Spatial (MS) n'est pas un codage spatio-temporel puisqu'il n'émet pas de redondance dans le domaine temporel. Toutefois, il est souvent classé dans la catégorie des STBC pour des raisons pratiques [LS03].

Le Multiplexage Spatial privilégie l'augmentation du débit et possède un rendement égal à  $r = n_t$ . Ce codage spatial transmet simultanément  $n$  symboles via les  $n_t = n$  antennes émettrices. Les blocs transmis,  $\mathbf{C}(S)$ , sont de taille  $n_t \times 1$  et s'expriment en fonction des signaux à émettre sous la forme :

$$\mathbf{C}(S) = S = \begin{pmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_n \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

En contexte coopératif, le décodage optimal du Multiplexage Spatial est très coûteux en calcul lorsque l'ordre de la modulation  $\mathcal{M}$  et/ou le nombre d'antennes émettrices

sont élevés. Plusieurs techniques ont été proposées dans la littérature pour réduire la complexité du décodage telles que les approches par Forçage à Zéro (ZF), par minimisation de l'erreur quadratique moyenne (MMSE), par retour de décision (V-BLAST) et l'algorithme du décodage par sphères (SD) [LS03].

### 3.1.1.2 Les Codes Orthogonaux

Les codes orthogonaux (OSTBC) ont été initialement proposés par Alamouti[Ala98] pour des systèmes composés de deux antennes émettrices puis formalisés par Tarokh [TJC99] pour des systèmes utilisant  $n_t \geq 2$  antennes. Les codes OSTBC présentent un intérêt double : d'une part, ils permettent d'augmenter la robustesse d'une transmission sans fil en introduisant de la redondance spatio-temporelle et, d'autre part, ils facilitent l'implémentation du décodeur optimal. La matrice bloc d'un code OSTBC respecte le critère d'orthogonalité suivant [TJC99] :

$$\mathbf{C}(S)\mathbf{C}(S)^H = \beta \left( \sum_{w=1}^n |s_w|^2 \right) \mathbf{I}_{n_t} \quad (3.6)$$

où  $\beta$  est un coefficient réel et  $\mathbf{I}_{n_t}$  la matrice identité de taille  $n_t \times n_t$ . Le critère d'orthogonalité permet de découpler le décodage par rapport aux  $n$  symboles émis. L'inconvénient majeur des codes orthogonaux réside dans leur rendement : le seul code de rendement unitaire est le codage d'Alamouti qui utilise  $n_t = 2$  antennes[LS03]. Les codes utilisant un nombre d'antennes émettrices  $n_t > 2$  possèdent un rendement strictement inférieur à l'unité.

**Exemple 3.1** *Le codage d'Alamouti est un codage orthogonal de rendement unitaire. Sa matrice de codage est définie par :*

$$\mathbf{C}(S) = \begin{pmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

**Exemple 3.2** *Deux OSTBC de rendement  $\frac{3}{4}$  utilisant  $n_t = 3$  antennes sont définis par :*

$$\mathbf{C}(S) = \begin{pmatrix} s_1 & 0 & s_2 & -s_3 \\ 0 & s_1 & s_3^* & s_2^* \\ -s_2^* & -s_3 & s_1^* & 0 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{C}(S) = \begin{pmatrix} s_1 & -s_2^* & s_3^* & 0 \\ s_2 & s_1^* & 0 & -s_3^* \\ s_3 & 0 & -s_1^* & s_2^* \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

**Exemple 3.3** *Un codage orthogonal de rendement  $\frac{1}{2}$  utilisant  $n_t = 3$  antennes est défini par :*

$$\mathbf{C}(S) = \begin{pmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 & s_1^* & -s_2^* & -s_3^* & -s_4^* \\ s_2 & s_1 & s_4 & -s_3 & s_2^* & s_1^* & s_4^* & -s_3^* \\ s_3 & -s_4 & s_1 & s_2 & s_3^* & -s_4^* & s_1^* & s_2^* \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

### 3.1.1.3 Les Codes Quasi-Orthogonaux

Les codes Quasi-Orthogonaux (QOSTBC) permettent d'atteindre des rendements plus élevés que les codes OSTBC pour des systèmes composés de  $n_t > 2$  antennes émettrices. La plupart des codes QOSTBC présentés dans la littérature encode  $n = 4$  symboles en une matrice  $\mathbf{C}(S)$  de taille  $4 \times 4$  [TBH00], [Jaf01], [PF03]. Ces codes s'obtiennent en concaténant plusieurs codes orthogonaux de sorte que la matrice de codage  $\mathbf{C}(S)$  respecte le critère suivant :

$$\mathbf{C}(S)\mathbf{C}(S)^H = \sum_{i=1}^n |s_w|^2 \begin{pmatrix} \mathbf{I}_2 & \beta \mathbf{D}^{(1)} \mathbf{P} \\ \beta \mathbf{D}^{(2)} \mathbf{P} & \mathbf{I}_2 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

où  $\beta$  est un coefficient inférieur à 1,  $\mathbf{P}$  une matrice de permutation de taille  $2 \times 2$ ,  $\mathbf{D}^{(1)}$  et  $\mathbf{D}^{(2)}$  sont des matrices diagonales de taille  $2 \times 2$  contenant les éléments  $\{-1, 1\}$ . Tout comme les codes OSTBC, les propriétés des codes QOSTBC permettent de réduire la complexité du décodage.

**Exemple 3.4** *Le code quasi-orthogonal de rendement unitaire proposé dans [Jaf01] est défini par :*

$$\mathbf{C}(S) = \begin{pmatrix} s_1 & s_2^* & s_3^* & s_4 \\ s_2 & -s_1^* & s_4^* & -s_3 \\ s_3 & s_4^* & -s_1^* & -s_2 \\ s_4 & -s_3^* & -s_2 & s_1 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

**Exemple 3.5** *Le code quasi-orthogonal de rendement unitaire proposé dans [TBH00] est défini par la matrice :*

$$\mathbf{C}(S) = \begin{pmatrix} s_1 & s_2^* & s_3 & s_4^* \\ s_2 & -s_1^* & s_4 & -s_3^* \\ s_3 & s_4^* & s_1 & s_2^* \\ s_4 & -s_3^* & s_2 & -s_1^* \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

## 3.1.2 Etat de l'art

La reconnaissance du codage spatio-temporel est une problématique récente peu traitée dans la littérature. A notre connaissance, seules deux études abordent ce problème.

Dans le rapport [Maz05], Mazeika propose une méthode pour discriminer le Multiplexage Spatial (MS) des codes orthogonaux (OSTBC). La discrimination de ces deux classes de codes est obtenue en mesurant la redondance spatio-temporelle des signaux reçus via les moyennes  $\langle E[y_u(k)y_v(k+\tau)] \rangle_N$  ( $u \leq n_r$  et  $1 \leq v \leq n_r$ ) ou  $\langle . \rangle_N$  désigne l'opération de moyennage sur  $N$  échantillons. En présence d'un codage de type Multiplexage Spatial, ces moyennes sont nulles pour tout  $u$  et tout  $\tau \neq 0$ . En présence

de codages OSTBC, ces statistiques présentent des pics pour certains décalages temporels  $\tau$  et certains couples d'antennes réceptrices  $(u, v)$ . Pour concentrer les informations contenues dans la dimension spatiale, les valeurs absolues au carré des moyennes sont sommées sur l'ensemble des couples  $(u, v)$ . La détection d'une redondance spatio-temporelle est ensuite réalisée automatiquement par un classifieur à apprentissage supervisé (SVM). L'inconvénient majeur de cette méthode réside dans l'utilisation d'une base d'apprentissage. La première publication en reconnaissance du codage date de 2007 [SYNW07]. La méthode utilise une approche par Outils de Reconnaissance de Formes pour détecter la présence de codages spatio-temporels en bloc de longueur  $l$ . Le codage est caractérisé au moyen des corrélations cycliques  $\langle E[y_u(k)y_v(k+\tau)]e^{\frac{-2j\pi k}{l}} \rangle_N$  et  $\langle E[y_u(k)y_v^*(k+\tau)]e^{\frac{-2j\pi k}{l}} \rangle_N$  ( $u \leq n_r$  et  $1 \leq v \leq n_r$ ). La détection d'un codage de longueur  $l$  est ensuite réalisée par un test de cyclostationnarité. Cette méthode peut être utilisée en tant que pré-classifieur pour identifier la taille des blocs  $l$ .

Les approches présentées dans la littérature sont limitées car elles permettent au mieux d'identifier la taille des codes spatio-temporels. Dans les sections suivantes, nous proposons plusieurs solutions originales pour reconnaître en aveugle, non seulement la taille, mais également le rendement et le type de codage spatio-temporel utilisé.

### 3.2 Méthodes par Maximum de Vraisemblance

La méthode par Maximum de Vraisemblance (MV) est couramment utilisée pour résoudre des problèmes de reconnaissance aveugle. Sous réserve que la modélisation statistique des différents paramètres aléatoires corresponde à la réalité, cette méthode est optimale au sens bayésien c'est-à-dire qu'elle maximise la probabilité de bonne reconnaissance. Dans cette sous-section, nous appliquons la méthode par Maximum de Vraisemblance pour reconnaître en aveugle le codage d'une communication. Nous admettons ici que le canal  $\mathbf{H}$ , la modulation  $\mathcal{M}$ , et la variance du bruit  $\sigma^2$  sont parfaitement connus du récepteur. L'intérêt de traiter ce cas idéal est multiple : d'une part sous ces conditions la méthode par maximum de vraisemblance borne supérieurement les performances de n'importe quelle autre méthode, d'autre part elle peut être facilement adaptable au cas non idéal en remplaçant les paramètres inconnus par leurs estimées.

L'approche par maximum de vraisemblance traite le problème de reconnaissance du codage comme un problème d'hypothèse multiple. Lorsque les codages sont équiprobables, le codage spatio-temporel reconnu  $\hat{\mathcal{C}}$  est celui qui maximise le logarithme de la fonction de vraisemblance sur l'ensemble des codes possibles  $\Theta_c$  c'est-à-dire :

$$\hat{\mathcal{C}} = \arg \max_{\mathcal{C}^{(j)} \in \Theta_c} \left( \max_{0 \leq \mu < l_j} \log(\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, \mathbf{H}, \mathcal{M}, \sigma^2]) \right) \quad (3.14)$$

où  $\mathcal{C}^{(j)}$  est un code spatio-temporel de longueur  $l_j$  qui encode  $n_j$  symboles en une matrice de taille  $n_t \times l_j$  et où  $\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, \mathbf{H}, \mathcal{M}, \sigma^2]$  désigne la probabilité d'obtenir  $\mathbf{Y}$  sous les hypothèses d'un codage  $\mathcal{C}^{(j)}$ , que les premiers échantillons reçus  $Y(0)$  correspondent

à la  $(\mu + 1)^{\text{e}}$  colonne d'un bloc et que la matrice de canal, la modulation et la variance du bruit soient respectivement égales à  $\mathbf{H}$ ,  $\mathcal{M}$ ,  $\sigma^2$ . Comme  $\mathbf{H}$ ,  $\mathcal{M}$  et  $\sigma^2$  sont supposés connus, nous désignons par la suite la fonction de vraisemblance par  $\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu]$  afin de mettre en évidence les paramètres inconnus.

La fonction de vraisemblance  $\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu]$  dépend implicitement des symboles transmis au codeur spatio-temporel. Ces symboles sont inconnus côté récepteur et nous proposons trois solutions pour les traiter. Une première solution consiste à traiter les symboles comme des quantités aléatoires dont la distribution statistique est connue. Cette approche, désignée par l'acronyme ALRT, est optimale au sens bayésien et elle borne supérieurement les performances de n'importe quelle autre méthode. Une deuxième solution, appelée GLRT, consiste à traiter les symboles comme des quantités déterministes préalablement estimées. Enfin, une troisième solution consiste à traiter conjointement les symboles et le problème de la reconnaissance du codage comme un problème de sélection de modèle. Ces trois approches sont présentées dans les sous-sections suivantes.

### 3.2.1 Approche ALRT

L'approche désignée par le terme anglais Averaged Likelihood Ratio Test (ALRT) traite les symboles comme des variables aléatoires dont la distribution est connue. Cette approche est optimale au sens bayésien [DBNS05].

Notons  $\mathbf{S}$  la matrice contenant les symboles inconnus. La fonction de vraisemblance ALRT, notée  $\Lambda^A[\mathbf{Y}|\mathcal{C}_j, \mu]$ , s'exprime sous la forme [DBNS05] :

$$\Lambda^A[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu] = \int_{\mathbf{S}} \Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, \mathbf{S}] P[\mathbf{S}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu] d\mathbf{S} \quad (3.15)$$

où  $\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, \mathbf{S}]$  désigne la fonction de vraisemblance lorsque les symboles transmis sont  $\mathbf{S}$  et où  $P[\mathbf{S}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu]$  désigne la probabilité d'obtenir  $\mathbf{S}$ . Dans les développements théoriques qui suivent, nous détaillons l'expression de la fonction de vraisemblance ALRT lorsque  $\mu = 0$  et  $N \bmod l = 0$ . Le cas général est traité dans l'annexe A.1. Sous ces considérations, le nombre de blocs reçus est égal à  $N/l_j$  et la fonction de vraisemblance se décompose sous la forme :

$$\Lambda^A[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, 0] = \prod_{v=0}^{N/l_j-1} \int_S \Lambda[\mathbf{Y}_v|\mathcal{C}^{(j)}, 0, S] P[S] dS \quad (3.16)$$

où  $\mathbf{Y}_v$  désigne le  $v^{\text{e}}$  bloc reçu de taille  $n_r \times l_j$  c'est-à-dire  $\mathbf{Y}_v = [Y(vl_j), \dots, Y((v+1)l_j - 1)]$  et où  $S$  désigne le vecteur de  $n_j$  symboles transmis au codeur. La probabilité de  $S$  est donnée par l'équation 1.8 ; elle est égale à  $P[S] = \frac{1}{M^{n_j}}$ . De plus comme  $S$  est une variable discrète appartenant à l'ensemble  $\mathcal{M}^{n_j}$ , l'intégrale se réexprime sous la forme d'une somme et nous obtenons :

$$\Lambda^A[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, 0] = \frac{1}{M^{n_j N/l_j}} \prod_{v=0}^{N/l_j-1} \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \Lambda[\mathbf{Y}_v|\mathcal{C}^{(j)}, 0, S] \quad (3.17)$$

La fonction de vraisemblance  $\Lambda[\mathbf{Y}_v|\mathcal{C}^{(j)}, 0, S]$  dépend d'une seule quantité aléatoire,  $B(k)$ , qui est indépendante dans le domaine temporel. En écrivant  $\Lambda[Y(vl_j + k)|\mathcal{C}^{(j)}, k, S]$  la fonction de vraisemblance du vecteur  $Y(vl_j + k)$  sous l'hypothèse qu'il reçoit la  $(k-1)^e$  colonne d'un bloc spatio-temporel ( $0 \leq k < l_j$ ), la fonction de vraisemblance ALRT devient :

$$\Lambda^A[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, 0] = \frac{1}{M^{n_j N/l_j}} \prod_{v=0}^{N/l_j-1} \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \prod_{k=0}^{l_j-1} \Lambda[Y(vl_j + k)|\mathcal{C}^{(j)}, k, S] \quad (3.18)$$

En notant  $\mathbf{A}_k^{(j)}$  les matrices de construction du codage  $\mathcal{C}^{(j)}$ , les échantillons reçus dépendent des symboles émis via la relation  $Y(vl_j + k) = \mathbf{H}\mathbf{A}_k^{(j)}\tilde{\mathbf{S}} + B(vl_j + k)$ . Comme le bruit  $B(vl_j + k)$  suit une loi  $\mathcal{N}_c(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r})$ , la fonction de vraisemblance  $\Lambda[Y(vl_j + k)|\mathcal{C}^{(j)}, k, S]$  correspond à la densité de probabilité de la loi  $\mathcal{N}_c(\mathbf{H}\mathbf{A}_k^{(j)}\tilde{\mathbf{S}}, \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r})$ . La fonction de vraisemblance ALRT est alors égale à :

$$\Lambda^A[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, 0] = \frac{1}{M^{n_j N/l_j} (\pi\sigma^2)^{n_r N}} \prod_{v=0}^{N/l_j-1} \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \prod_{k=0}^{l_j-1} \exp\left[-\frac{1}{\sigma^2} \|Y(vl_j + k) - \mathbf{H}\mathbf{A}_k^{(j)}\tilde{\mathbf{S}}\|_F^2\right] \quad (3.19)$$

où  $\|\cdot\|_F^2$  désigne la norme de Frobenius c'est à dire la somme du module au carré des éléments. Le log-vraisemblance ALRT se simplifie sous la forme :

$$\begin{aligned} \log(\Lambda^A[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, 0]) &= -\frac{n_j N}{l_j} \log(M) - n_r N \log(\pi\sigma^2) \\ &+ \sum_{v=0}^{N/l_j-1} \log\left(\sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \exp\left[-\frac{1}{\sigma^2} \|\mathbf{Y}_v - \mathbf{H}\mathbf{C}^{(j)}(\mathbf{S})\|_F^2\right]\right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Pour le cas général ( $0 \leq \mu < l$ ), l'expression de la fonction de vraisemblance est plus complexe car elle introduit des effets de bord liés à la mauvaise synchronisation bloc. Notons le nombre de blocs reçus et le  $v^e$  bloc reçu respectivement par  $N_b + 1$  et  $\mathbf{Y}_v$ . Ces quantités sont données par les relations :

$$N_b = (N + \mu - 1) \text{div } l_j \quad (3.21)$$

$$\mathbf{Y}_v = [Y(vl_j - \mu), \dots, Y((v+1)l_j - \mu - 1)] \quad (3.22)$$

Nous montrons dans l'annexe A.1 que le logarithme de la fonction de vraisemblance

ALRT s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned}
& \log \left( \Lambda^A[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu] \right) = -((N_b + 1)n_j) \log(M) - (Nn_r) \log(\pi\sigma^2) \\
& + \log \left( \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=\mu}^{l_j-1} \left\| Y(k - \mu) - \mathbf{H}\mathbf{A}_k^{(j)} \tilde{S} \right\|_F^2 \right] \right) \\
& + \sum_{v=1}^{N_b-1} \log \left( \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \left\| \mathbf{Y}_v - \mathbf{H}\mathbf{C}^{(j)}(S) \right\|_F^2 \right] \right) \\
& + \log \left( \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=0}^{(N+\mu-1) \bmod l_j} \left\| Y(N_b l_j + k - \mu) - \mathbf{H}\mathbf{A}_k^{(j)} \tilde{S} \right\|_F^2 \right] \right) \quad (3.23)
\end{aligned}$$

Cette fonction possède une complexité calculatoire importante lorsque le nombre de symboles par bloc  $n_j$  et/ou l'ordre de la modulation  $M$  sont élevés. En effet, le calcul de cette fonction nécessite la sommation de  $(N_b + 1) \times M^{n_j}$  termes exponentiels. Il est possible de réduire cette complexité en exploitant la structure de certains codes ; nous montrons par exemple dans l'annexe A.2 que la fonction de vraisemblance ALRT d'un codage OSTBC se réexprime sous la forme :

$$\begin{aligned}
& \log \left( \Lambda^A[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu] \right) = -((N_b + 1)n_j) \log(M) - (Nn_r) \log(\pi\sigma^2) \\
& + \log \left( \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=\mu}^{l_j-1} \left\| Y(k - \mu) - \mathbf{H}\mathbf{A}_k^{(j)} \tilde{S} \right\|_F^2 \right] \right) \\
& + \sum_{v=1}^{N_b-1} \left( \sum_{w=1}^{n_j} \log \left( \sum_{s \in \mathcal{M}} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} q_w^{(j)}(\mathbf{Y}_v, \mathbf{H}, s) \right] \right) - \frac{1}{\sigma^2} \|\mathbf{Y}_v\|_F^2 \right) \\
& + \log \left( \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=0}^{(N+\mu-1) \bmod l_j} \left\| Y(N_b l_j + k - \mu) - \mathbf{H}\mathbf{A}_k^{(j)} \tilde{S} \right\|_F^2 \right] \right) \quad (3.24)
\end{aligned}$$

où :

$$\begin{aligned}
q_w^{(j)}(\mathbf{Y}_v, \mathbf{H}, s) &= -2\Re \left( \text{Tr}[\mathbf{Y}^H \mathbf{H} \mathbf{E}_w^{(j)}] \right) \Re(s_w) + 2\Im \left( \text{Tr}[\mathbf{Y}^H \mathbf{H} \mathbf{F}_w^{(j)}] \right) \Im(s_w) \\
&+ \beta |s_w|^2 \|\mathbf{H}\|_F^2 \quad (3.25)
\end{aligned}$$

$\mathbf{E}_w^{(j)}$  et  $\mathbf{F}_w^{(j)}$  correspondent aux matrices de construction du codage  $\mathcal{C}^{(j)}$  associées au symbole  $w$ . L'équation (3.24) montre que le calcul de la fonction de vraisemblance ALRT est nettement simplifié lorsque  $\mathcal{C}^{(j)}$  est un code orthogonal. En effet, son calcul nécessite la sommation de  $2 \times M^{n_j} + (N_b - 1)n_j M$  termes exponentiels contre  $(N_b + 1) \times M^{n_j}$  pour des codes non-orthogonaux. La méthode de reconnaissance ALRT est résumée par l'algorithme 3. Cette approche est optimale au sens bayésien mais elle possède l'inconvénient d'être très lourde en calcul.



<p><b>Entrées :</b> <math>\mathbf{Y}, \mathbf{H}, \mathcal{M}, \sigma^2, \Theta_c</math>  <b>Sorties :</b> <math>\hat{\mathcal{C}}</math></p> <pre> 1 début 2   <math>\Lambda_{max}^A \leftarrow -\infty;</math> 3   <b>pour</b> <math>\mathcal{C}^{(j)} \in \Theta_c</math> <b>faire</b> 4     <b>pour</b> <math>\mu = 0 \rightarrow l_j - 1</math> <b>faire</b> 5       <b>si</b> <math>\mathcal{C}</math> <i>est un codage orthogonal</i> <b>alors</b> 6         calcul de <math>\Lambda^A</math> avec l'équation (3.24); 7       <b>sinon</b> 8         calcul de <math>\Lambda^A</math> avec l'équation (3.23) ; 9       <b>fin</b> 10      <b>si</b> <math>\Lambda^A &gt; \Lambda_{max}^A</math> <b>alors</b> 11        <math>\Lambda_{max}^A \leftarrow \Lambda^A;</math> 12        <math>\hat{\mathcal{C}} \leftarrow \mathcal{C}^{(j)}</math> 13      <b>fin</b> 14    <b>fin</b> 15  <b>fin</b> 16 fin </pre>
---

**Algorithme 3 :** Reconnaissance du codage par test ALRT.

### 3.2.2 Approche GLRT

L'approche désignée par le terme anglais Generalized Likelihood Ratio Test (GLRT) traite les symboles comme des quantités déterministes. Ces quantités sont préalablement estimées puis ces estimées sont utilisées dans le calcul de la fonction de vraisemblance [DBNS05].

Notons  $\mathbf{S}$  le vecteur contenant les symboles inconnus. La fonction de vraisemblance GLRT  $\Lambda^G(\mathbf{Y}|\mathcal{C}_j, \mu)$  s'exprime sous la forme :

$$\Lambda^G[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu] = \max_{\mathbf{S}} \Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, \mathbf{S}] \quad (3.26)$$

où  $\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, \mathbf{S}]$  désigne la fonction de vraisemblance lorsque les symboles transmis sont  $\mathbf{S}$ . Sous l'hypothèse que l'émetteur transmet les blocs de symboles  $\mathbf{S} = [S_0, \dots, S_{N_b}]$  via un codage  $\mathcal{C}^{(j)}$ , l'équation (3.1) montre que la fonction  $\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, \mathbf{S}]$  est égale à :

$$\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, \mathbf{S}] = \prod_{k=\mu}^{N+\mu-1} \Lambda \left[ Y(k-\mu) | \mathbf{A}_{k \bmod l_j}^{(j)} \tilde{S}_{k \bmod l_j} \right] \quad (3.27)$$

Cette fonction dépend du bruit additif qui suit une loi  $\mathcal{N}_c(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r})$ . Les signaux reçus s'expriment en fonction du bruit sous la forme  $Y(k-\mu) = \mathbf{H} \mathbf{A}_{k \bmod l_j}^{(j)} \tilde{S}_{k \bmod l_j} + B(k-\mu)$ ; ils suivent donc une loi  $\mathcal{N}_c(\mathbf{H} \mathbf{A}_{k \bmod l_j}^{(j)} \tilde{S}_{k \bmod l_j}, \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r})$ . Le logarithme de  $\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, \mathbf{S}]$

s'exprime alors sous la forme :

$$\log [\Lambda(\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, \mathbf{S})] = -n_r N \log(\pi \sigma^2) - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=\mu}^{N+\mu-1} \|Y(k-\mu) - \mathbf{H}\mathbf{A}_{k \bmod l_j}^{(j)} \tilde{S}_{k \bmod l_j}\|_F^2 \quad (3.28)$$

Finalement, le logarithme de la fonction de vraisemblance GLRT s'obtient en maximisant  $\log [\Lambda(\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, \mathbf{S})]$  par rapport aux symboles  $\mathbf{S}$ , c'est-à-dire en remplaçant  $\mathbf{S}$  par son maximum de vraisemblance dans l'équation 3.28. La méthode de reconnaissance du codage GLRT est résumé par l'algorithme 4.

<p><b>Entrées :</b> <math>\mathbf{Y}, \mathbf{H}, \mathcal{M}, \sigma^2, \Theta_c</math>  <b>Sorties :</b> <math>\hat{\mathcal{C}}</math></p> <pre> 1  début 2    <math>\Lambda_{max}^G \leftarrow -\infty;</math> 3    pour <math>\mathcal{C}^{(j)} \in \Theta_c</math> faire 4      pour <math>\mu = 0 \rightarrow l_j - 1</math> faire 5        estimation des symboles émis <math>\mathbf{S}</math> par maximum de vraisemblance; 6        calcul de <math>\Lambda^G</math> avec l'équation (3.28); 7        si <math>\Lambda^G &gt; \Lambda_{max}^G</math> alors 8          <math>\Lambda_{max}^G \leftarrow \Lambda^G;</math> 9          <math>\hat{\mathcal{C}} \leftarrow \mathcal{C}^{(j)}</math> 10       fin 11    fin 12  fin 13 fin </pre>
---

**Algorithme 4 :** Reconnaissance du codage par test GLRT.

L'étape d'estimation des symboles  $\mathbf{S}$  par maximum de vraisemblance devient très lourde en calcul lorsque le nombre de symboles par bloc  $n_j$  et/ou l'ordre de la modulation  $M$  sont élevés. Pour simplifier le calcul de la fonction de vraisemblance GLRT, il est possible de recourir à des techniques d'estimation de  $\mathbf{S}$  moins lourdes en calculs telles que l'approche par Forçage à Zéro (ZF), par minimisation de l'erreur quadratique moyenne (MMSE), par retour de décision (V-BLAST) ou l'algorithme du décodage par sphères généralisé (GSD) [LS03]. Le lecteur intéressé par ces techniques d'estimation peut se référer à l'ouvrage [LS03]. Finalement en utilisant des techniques d'estimation efficaces, l'approche GLRT possède l'avantage d'être moins coûteuse en calcul que l'ALRT. Néanmoins, cette méthode possède deux inconvénients majeurs : d'une part la fonction de vraisemblance GLRT est biaisée en présence d'erreur d'estimation, d'autre part cette fonction ne tient pas compte de la distribution statistique des symboles  $\mathbf{S}$ . Nous montrons dans le paragraphe suivant que cette non-prise en compte introduit des ambiguïtés.

### 3.2.2.1 Ambiguïtés GLRT

L'approche GLRT ne permet pas de discriminer deux codes spatio-temporels lorsque leurs fonctions de vraisemblance GLRT sont égales. Pour analyser ce problème, considérons deux codes  $\mathcal{C}^{(1)}$  et  $\mathcal{C}^{(2)}$  de longueurs respectives  $l_1$  et  $l_2 = \frac{l_1}{\alpha}$  ( $\alpha \in \mathbb{N}^*$ ). Une ambiguïté GLRT apparaît entre le code  $\mathcal{C}^{(1)}$  et le code  $\mathcal{C}^{(2)}$  lorsque pour tous les symboles  $\mathbf{S}^{(1)}$  il existe un ensemble de symboles  $\mathbf{S}^{(2)}$  appartenant à la même modulation telle que :

$$\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(1)}, \mu, \mathbf{S}^{(1)}] = \Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(2)}, \mu, \mathbf{S}^{(2)}] \quad (3.29)$$

Cette condition se réexprime sous la forme<sup>3</sup> (voir l'équation (3.28)) :

$$\forall k \in \mathbb{N}, \mathbf{A}_{k \bmod l_1}^{(1)} \tilde{S}_{k \div l_1}^{(1)} = \mathbf{A}_{k \bmod l_2}^{(2)} \tilde{S}_{k \div l_2}^{(2)} \quad (3.30)$$

En décomposant  $k$  sous la forme  $k = vl_1 + u$  ( $(v, u) \in \mathbb{N}$ ) où  $u$  est strictement inférieur à  $l_1$ , nous obtenons :

$$\forall (u, v) \in \mathbb{N}^2 \text{ et } 0 \leq u < l_1, \mathbf{A}_u^{(1)} \tilde{S}_v^{(1)} = \mathbf{A}_{u \bmod l_2}^{(2)} \tilde{S}_{v\alpha + u \div l_2}^{(2)} \quad (3.31)$$

En utilisant une écriture bloc, cette condition équivaut à :

$$\forall v \in \mathbb{N}, \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0^{(1)} \tilde{S}_v^{(1)} & \dots & \mathbf{A}_{l_1-1}^{(1)} \tilde{S}_v^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0^{(2)} \tilde{S}_{v\alpha}^{(2)} & \dots & \mathbf{A}_{l_2-1}^{(2)} \tilde{S}_{(v+1)\alpha-1}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$\mathbf{C}^{(1)}(S_v^{(1)}) = \underbrace{[\mathbf{C}^{(2)}(S_{v\alpha}^{(2)}) \dots \mathbf{C}^{(2)}(S_{(v+1)\alpha-1}^{(2)})]}_{\alpha \text{ blocs}} \quad (3.33)$$

En d'autres termes, une ambiguïté apparaît si l'ensemble des blocs spatio-temporels du codage  $\mathbf{C}^{(1)}(S)$  peuvent s'obtenir en concaténant  $\alpha = \frac{l_1}{l_2}$  blocs spatio-temporels du codage  $\mathbf{C}^{(2)}(S)$ . Cette implication est à l'origine des mauvaises performances de l'approche GLRT pour certains problèmes de classification. Considérons une communication faiblement bruitée transmettant plusieurs symboles via le codage  $\mathcal{C}^{(1)}$ . Les symboles estimés sous l'hypothèse  $\mathcal{C}^{(1)}$  correspondront exactement aux symboles transmis. Lorsque chaque bloc émis  $\mathcal{C}^{(1)}$  s'obtient en concaténant plusieurs blocs provenant d'un codage  $\mathcal{C}^{(2)}$ , les symboles estimés sous l'hypothèse  $\mathcal{C}^{(2)}$  seront liés aux symboles réellement transmis par la relation (3.33) et nous obtiendrons l'égalité des fonctions de vraisemblance GLRT pour ces deux codes. Ce résultat est résumé par le théorème suivant :

**Théorème 3.1** *Considérons deux codes  $\mathcal{C}^{(1)}$  et  $\mathcal{C}^{(2)}$  telle que les matrices de codage  $\mathbf{C}^{(1)}(S)$  et  $\mathbf{C}^{(2)}(S)$  soient liées par la relation (3.33). Lorsque les échantillons reçus  $\mathbf{Y}$  proviennent du codage  $\mathcal{C}^{(1)}$ , l'approche GLRT ne permet pas de discriminer ces deux codes.*

<sup>3</sup>En toute rigueur  $k$  est un entier qui varie de  $\mu$  à  $N + \mu - 1$ . Pour simplifier les équations, nous considérons le cas plus général où  $k$  appartient à l'ensemble des entiers naturels.

**Exemple 3.6** Lorsque les échantillons reçus proviennent d'un codage d'Alamouti, l'approche GLRT ne permet pas de distinguer le codage d'Alamouti du Multiplexage Spatial. Soit l'ensemble  $S = [s_1 \ s_2]$  des couples de deux symboles appartenant à la modulation  $\mathcal{M}$ , on montre en effet qu'il existe deux vecteurs  $S_0 = [s_1 \ s_2]$  et  $S_1 = [-s_2^* \ s_1^*]$  composés de deux symboles appartenant à la même modulation telle que :

$$\mathbf{C}^{(Al)}(S) = \begin{pmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{pmatrix} = [\mathbf{C}^{(MS)}(S_0) \ \mathbf{C}^{(MS)}(S_1)] \quad (3.34)$$

où  $\mathbf{C}^{(Al)}(S)$  et  $\mathbf{C}^{(MS)}(S)$  désigne respectivement les blocs spatio-temporels générés par le codage d'Alamouti et le Multiplexage Spatial.

Les ambiguïtés proviennent du fait que l'approche GLRT n'exploite pas les statistiques de  $S$  et ainsi ne donne aucune information sur la probabilité d'occurrence des blocs spatio-temporels. Dans la littérature, cette limitation de l'approche GLRT a été également constatée pour des problèmes de classification aveugle de la modulation [PAP00] [DBNS05]. Pour résoudre ces ambiguïtés, nous proposons de formuler le problème reconnaissance du codage comme un problème de *sélection de modèle* traité par critères d'information. Cette approche originale est détaillée dans la sous-section suivante.

### 3.2.3 Approche par critères d'information

Les critères d'information ont été particulièrement utilisés dans la littérature pour reconnaître en aveugle le nombre d'antennes émettrices (voir paragraphe 2.2.1.2 du chapitre 2). Ces critères traitent le problème général suivant : soit un ensemble de  $N$  observations  $\mathbf{Y} = [Y(0), \dots, Y(N-1)]$  et une famille de modèles, c'est-à-dire une famille de densités de probabilité paramétrées  $\Lambda^G[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu]$ , les approches par critères d'information sélectionnent le modèle qui représente au mieux l'ensemble des observations [WK85]. Pour résoudre ce problème, Akaike [Aka74] et Rissanen [Ris78] proposent de sélectionner le modèle qui maximise la fonction suivante :

$$\Lambda^I(\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu) = \log \left( \Lambda^G[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu] \right) - p(z) \quad (3.35)$$

La fonction  $\Lambda^I(\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu)$  est composée de deux termes. Le premier terme correspond au logarithme de la fonction de vraisemblance GLRT. Le second terme  $p(z)$  est une fonction de pénalité qui dépend du nombre de paramètres libres  $z$  du modèle. Les fonctions de pénalité proposées par Akaike [Aka74] et Rissanen [Ris78], notées respectivement  $p^{(AIC)}(z)$  et  $p^{(MDL)}(z)$ , sont données par :

$$p^{(AIC)}(z) = z \quad (3.36)$$

$$p^{(MDL)}(z) = \frac{1}{2} z \log(N) \quad (3.37)$$

où le nombre de paramètres libres  $z$  correspond au nombre de symboles transmis au codeur spatio-temporel c'est-à-dire  $z = ((N + \mu - 1) \text{div} l_j + 1) n_j$ . La méthode de reconnaissance du codage par critère d'information est résumée par l'algorithme 5. Remarquons

que l'approche par critère d'information présente les mêmes avantages que l'approche GLRT. En effet, il est possible de recourir à des techniques d'estimation efficaces pour réduire la complexité de la méthode. L'intérêt de l'approche par critère d'information réside dans la prise en compte du nombre de paramètres libres du modèle, ce qui permet de lever les ambiguïtés de l'approche GLRT.

	<b>Entrées :</b> $\mathbf{Y}, \mathbf{H}, \mathcal{M}, \sigma^2, \Theta_c$ <b>Sorties :</b> $\hat{C}$
1 <b>début</b> 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 <b>fin</b>	$\Lambda_{max}^I \leftarrow -\infty;$ <b>pour</b> $\mathcal{C}^{(j)} \in \Theta_c$ <b>faire</b> $z \leftarrow ((N - \mu - 1)\text{div}l_j + 1)n_j;$ <b>pour</b> $\mu = 0 \rightarrow l_j - 1$ <b>faire</b> estimation des symboles émis $\mathbf{S};$ calcul de $\Lambda^G$ avec l'équation (3.28); $\Lambda^I \leftarrow \Lambda^G - p(z);$ <b>si</b> $\Lambda^I > \Lambda_{max}^I$ <b>alors</b> $\Lambda_{max}^I \leftarrow \Lambda^I;$ $\hat{C} \leftarrow \mathcal{C}^{(j)}$ <b>fin</b> <b>fin</b> <b>fin</b>

**Algorithme 5 :** Reconnaissance du codage par critère d'information.

Dans cette section, nous avons proposé plusieurs méthodes de reconnaissance du codage basées sur le Maximum de Vraisemblance que nous allons prochainement soumettre dans la revue IEEE Transaction on Wireless Communication [CYC<sup>+</sup>ed]. Lorsque les densités de probabilité du bruit et des symboles émis sont correctement modélisées, l'approche ALRT borne supérieurement les performances de n'importe quel autre algorithme de reconnaissance du codage. Cette approche possède une complexité calculatoire élevée qu'il est possible de réduire en utilisant une approche GLRT ou par critère d'information. Les performances de ces 3 méthodes sont présentées dans la section 3.4. Ces méthodes possèdent deux inconvénients majeurs : d'une part, elles ne sont pas robustes car leurs performances chutent considérablement lorsque la modélisation des paramètres aléatoires est incorrecte, d'autre part, elles nécessitent la connaissance a priori d'un grand nombre d'informations (matrice de canal, modulation). Pour résoudre ces problèmes, nous proposons dans la section suivante plusieurs approches alternatives basées sur des outils de reconnaissance de formes.

### 3.3 Méthodes par outils de reconnaissance de formes

Les méthodes par outils de reconnaissance de formes sont une alternative efficace aux méthodes par maximum de vraisemblance pour résoudre certains problèmes de reconnaissance aveugle. Dans cette section, ces méthodes sont utilisées pour reconnaître en aveugle le codage spatio-temporel lorsque le canal et la modulation sont inconnus du récepteur. Pour caractériser le codage, nous proposons d'exploiter les moyennes spatio-temporelles des signaux reçus. Les expressions théoriques de ces moyennes en fonction du codage spatio-temporel sont présentées dans la sous-section 3.3.1. Deux classifieurs permettant la reconnaissance automatique du codage à partir de ces statistiques sont ensuite présentés dans les sous-sections 3.3.2 et 3.3.3

#### 3.3.1 Caractérisation du codage

L'étape de caractérisation consiste à extraire des statistiques discriminantes du codage spatio-temporel à partir des signaux reçus  $Y(k)$ . Nous proposons d'utiliser des corrélations spatio-temporelles pour quantifier les redondances introduites par le codage.

Considérons une variable multidimensionnelle cyclostationnaire  $X(k)$  de fréquence cyclique inconnue composée de  $n_t$  éléments complexes. Les corrélations suivantes permettent de caractériser la structure spatio-temporelle de la variable  $X(k)$  :

$$\forall(\tau, k) \in \mathbb{N}^2, \mathbf{R}_{X,T}(k, \tau) = E[X(k)X^T(k + \tau)] \quad (3.38)$$

$$\forall(\tau, k) \in \mathbb{N}^2, \mathbf{R}_{X,H}(k, \tau) = E[X(k)X^H(k + \tau)] \quad (3.39)$$

$$\forall(\tau, k) \in \mathbb{N}^2, \mathbf{R}_{\tilde{X}}(k, \tau) = E[\tilde{X}(k)\tilde{X}^T(k + \tau)] \quad (3.40)$$

où  $\tilde{X}(k) = [\Re(X(k)), \Im(X(k))]^T$ . Les deux premières corrélations sont de taille  $n_t \times n_t$  et diffèrent par l'utilisation de la transposée ou de l'hermitien de  $X(k)$ . La troisième corrélation est de taille  $2n_t \times 2n_t$  et concentre l'information contenue dans les parties réelles et imaginaires de  $X(k)$ . En présence de signaux cyclostationnaires, l'estimation de ces statistiques est difficile car les corrélations dépendent implicitement de l'index  $k_1$  de la première colonne interceptée qui est inconnu du récepteur. Pour obtenir des statistiques indépendantes de  $k$ , nous proposons d'utiliser les moyennes spatio-temporelles, notées  $\mathbf{R}_{X,T}(\tau)$ ,  $\mathbf{R}_{X,H}(\tau)$  et  $\mathbf{R}_{\tilde{X}}(\tau)$ , définies par :

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \mathbf{R}_{X,T}(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{R}_{X,T}(k, \tau) \quad (3.41)$$

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \mathbf{R}_{X,H}(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{R}_{X,H}(k, \tau) \quad (3.42)$$

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \mathbf{R}_{\tilde{X}}(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{R}_{\tilde{X}}(k, \tau) \quad (3.43)$$

Dans les paragraphes suivants, nous montrons que les moyennes spatio-temporelles des signaux émis  $X(k)$  et reçus  $Y(k)$  dépendent explicitement du codage spatio-temporel utilisé.

### 3.3.1.1 Moyennes spatio-temporelles à l'émission

En présence d'un codage en bloc de longueur  $l$ , les signaux sont cyclostationnaires de période  $l$  ce qui implique que  $E[X(k)X^H(k+\tau)] = E[X(k+l)X^H(k+l+\tau)]$ . En utilisant cette égalité, les moyennes spatio-temporelles des signaux émis s'expriment sous la forme :

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \mathbf{R}_{X,H}(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E[X(k)X^H(k+\tau)] \quad (3.44)$$

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=-k_1}^{N-k_1-1} E[X(k)X^H(k+\tau)] \quad (3.45)$$

$$= \frac{1}{l} \sum_{k=-k_1}^{l-k_1-1} E[X(k)X^H(k+\tau)] \quad (3.46)$$

Le passage à la dernière équation s'obtient simplement en remarquant que lorsque  $N$  tend vers l'infini, le nombre de périodes reçues tend vers  $N/l$ . Finalement, en utilisant le modèle de signal de l'équation (3.2), les moyennes spatio-temporelles s'expriment en fonction des matrices de codage par les relations :

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \mathbf{R}_{X,H}(\tau) = \frac{1}{l} \sum_{k=-k_1}^{l-k_1-1} \mathbf{A}_{(k+k_1) \bmod l} E[\tilde{S}_{(k+k_1) \bmod l} \tilde{S}_{(k+k_1+\tau) \bmod l}^T] \mathbf{A}_{(k+k_1+\tau) \bmod l}^T$$

En remarquant que les symboles issus de deux blocs spatio-temporels différents sont indépendants et de moyennes nulles, nous obtenons :

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \mathbf{R}_{X,H}(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{l} \sum_{u=0}^{l-\tau-1} \mathbf{A}_u E[\tilde{S} \tilde{S}^T] \mathbf{A}_{u+\tau}^H & \text{si } 0 \leq \tau < l \\ \mathbf{0} & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.47)$$

La statistique  $E[\tilde{S} \tilde{S}^T]$  dépend du type de modulation utilisé. En utilisant le fait que les symboles sont i.i.d et de variance unitaire ( $E[|s|^2] = 1$ ), cette corrélation s'exprime sous la forme :

$$E[\tilde{S} \tilde{S}^T] = \begin{cases} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_n & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{pour des modulations réelles.} \\ \frac{1}{2} \mathbf{I}_{2n} & \text{pour des modulations circulaires à l'ordre 2.} \end{cases}$$

Nous obtenons alors :

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \mathbf{R}_{X,H}(\tau) = \frac{1}{2l} \mathbf{R}_{C,H}(\tau) \quad (3.48)$$

où  $\mathbf{R}_{\mathcal{C},H}(\tau)$  est une matrice qui dépend uniquement du codage  $\mathcal{C}$  et du type de modulation, son expression est donnée dans le tableau 3.1. En utilisant le même raisonnement, les moyennes  $\mathbf{R}_{X,T}(\tau)$  et  $\mathbf{R}_{\tilde{X}}(\tau)$  s'expriment sous la forme :

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \mathbf{R}_{X,T}(\tau) = \frac{1}{2l} \mathbf{R}_{\mathcal{C},T}(\tau) \quad (3.49)$$

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \mathbf{R}_{\tilde{X}}(\tau) = \frac{1}{2l} \mathbf{R}_{\mathcal{C}}(\tau) \quad (3.50)$$

où les expressions de  $\mathbf{R}_{\mathcal{C},T}(\tau)$  et  $\mathbf{R}_{\mathcal{C}}(\tau)$  sont données dans le tableau 3.1.

Modulation	réelle	circulaire à l'ordre 2
$\mathbf{R}_{\mathcal{C},T}(\tau)$	$2 \sum_{u=0}^{l-\tau-1} \mathbf{A}_u \begin{pmatrix} \mathbf{I}_n & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{A}_{u+\tau}^T$	$\sum_{u=0}^{l-\tau-1} \mathbf{A}_u \mathbf{A}_{u+\tau}^T$
$\mathbf{R}_{\mathcal{C},H}(\tau)$	$2 \sum_{u=0}^{l-\tau-1} \mathbf{A}_u \begin{pmatrix} \mathbf{I}_n & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{A}_{u+\tau}^H$	$\sum_{u=0}^{l-\tau-1} \mathbf{A}_u \mathbf{A}_{u+\tau}^H$
$\mathbf{R}_{\mathcal{C}}(\tau)$	$2 \sum_{u=0}^{l-\tau-1} \tilde{\mathbf{A}}_u \begin{pmatrix} \mathbf{I}_n & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{u+\tau}^T$	$\sum_{u=0}^{l-\tau-1} \tilde{\mathbf{A}}_u \tilde{\mathbf{A}}_{u+\tau}^T$

TAB. 3.1 – Valeurs théoriques des moyennes spatio-temporelles à l'émission pour  $0 \leq \tau < l$ . Lorsque  $\tau \geq l$ , toutes ces moyennes sont nulles.

**Remarque 3.1** Par définition, la puissance moyenne des échantillons émis,  $\sigma_X^2 \mathbf{I}_{n_t}$ , est égale à  $\mathbf{R}_{X,H}(0)$ . En utilisant l'équation 3.48,  $\sigma_X^2$  est donnée par la relation :

$$\sigma_X^2 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\|\mathbf{R}_{\mathcal{C},H}(0)\|_F^2}{n_t}} \quad (3.51)$$

**Remarque 3.2** Lorsque la partie réelle de  $\mathbf{A}_u$  dépend uniquement de la partie réelle des symboles  $S$  et lorsque la partie imaginaire de  $\mathbf{A}_u$  dépend uniquement de la partie imaginaire des symboles  $S$  (cas des exemples de la sous-section 3.1.1), la matrice  $\mathbf{A}_u$  s'exprime sous la forme :

$$\mathbf{A}_u = [\mathbf{A}_u^{\Re} \ i \mathbf{A}_u^{\Im}] \quad (3.52)$$

où  $\mathbf{A}_u^{\Re}$  et  $\mathbf{A}_u^{\Im}$  sont des matrices réelles de taille  $n_t \times n$ . Pour des modulations réelles, les différentes moyennes sont alors liées par les égalités :

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \mathbf{R}_{\mathcal{C},T}(\tau) = \mathbf{R}_{\mathcal{C},H}(\tau) \quad (3.53)$$

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \mathbf{R}_{\mathcal{C}}(\tau) = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{\mathcal{C},H}(\tau) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (3.54)$$

Pour des modulation circulaires à l'ordre 2, la moyenne  $\mathbf{R}_{\mathcal{C}}(\tau)$  s'exprime sous la forme :

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \mathbf{R}_{\mathcal{C}}(\tau) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{\mathcal{C},H}(\tau) + \mathbf{R}_{\mathcal{C},T}(\tau) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{\mathcal{C},H}(\tau) - \mathbf{R}_{\mathcal{C},T}(\tau) \end{pmatrix} \quad (3.55)$$



**Exemple 3.7** *Considérons le cas du codage d'Alamouti. Pour ce type de codage, les blocs spatio-temporels sont définis par :*

$$\mathbf{C}(S) = \begin{pmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{pmatrix} = [\mathbf{A}_0 \tilde{S} \quad \mathbf{A}_1 \tilde{S}] \quad (3.56)$$

où  $\tilde{S} = [\Re(s_1), \Re(s_2), \Im(s_1), \Im(s_2)]^T$ . Les matrices de construction du codage,  $\mathbf{A}_0$  et  $\mathbf{A}_1$ , sont alors égales à :

$$\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & j & 0 \\ 0 & 1 & 0 & j \end{pmatrix} \quad \mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & j \\ 1 & 0 & -j & 0 \end{pmatrix} \quad (3.57)$$

Les matrices  $\tilde{\mathbf{A}}_0$  et  $\tilde{\mathbf{A}}_1$  de taille  $4 \times 4$  s'obtiennent en concaténant les parties réelles et imaginaires, c'est-à-dire :

$$\tilde{\mathbf{A}}_0 = \begin{pmatrix} \Re(\mathbf{A}_0) \\ \Im(\mathbf{A}_0) \end{pmatrix} \quad \tilde{\mathbf{A}}_1 = \begin{pmatrix} \Re(\mathbf{A}_1) \\ \Im(\mathbf{A}_1) \end{pmatrix} \quad (3.58)$$

Les moyennes spatio-temporelles s'obtiennent en utilisant les expressions du tableau 3.1. Pour les modulations réelles, elles s'expriment sous la forme :

$$\mathbf{R}_{C,T}(0) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{R}_{C,T}(1) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.59)$$

$$\mathbf{R}_{C,H}(0) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{R}_{C,H}(1) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.60)$$

$$\mathbf{R}_C(0) = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{R}_C(1) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.61)$$

Ces matrices fournissent une information équivalente pour les modulations réelles. Remarquons également que les moyennes  $\mathbf{R}_{C,T}(1)$ ,  $\mathbf{R}_{C,H}(1)$  et  $\mathbf{R}_C(1)$  sont antisymétriques (leur transposé est égal à leur opposé). Pour les modulations circulaires à l'ordre 2, les moyennes spatio-temporelles sont données par les relations :

$$\mathbf{R}_{C,T}(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{R}_{C,T}(1) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.62)$$

$$\mathbf{R}_{C,H}(0) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{R}_{C,H}(1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

$$\mathbf{R}_C(0) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{R}_C(1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.64)$$

### 3.3.1.2 Moyennes spatio-temporelles à la réception

Les signaux reçus  $Y(k)$  et  $\tilde{Y}(k) = [\Re(Y(k)), \Im(Y(k))]^T$  s'expriment en fonction des signaux émis sous la forme :

$$Y(k) = \mathbf{H}X(k) + B(k) \quad (3.65)$$

$$\tilde{Y}(k) = \bar{\mathbf{H}}\tilde{X}(k) + \tilde{B}(k) \quad (3.66)$$

où  $B(k)$  et  $\tilde{B}(k)$  sont des bruits gaussiens de lois respectives  $\mathcal{N}_c(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r})$  et  $\mathcal{N}(0, \frac{\sigma^2}{2} \mathbf{I}_{2n_r})$  et où la matrice  $\bar{\mathbf{H}}$  de taille  $2n_r \times 2n_r$  est égale à :

$$\bar{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{H}) & -\Im(\mathbf{H}) \\ \Im(\mathbf{H}) & \Re(\mathbf{H}) \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

En utilisant les équations (3.48), (3.49) et (3.50), les moyennes spatio-temporelles des signaux reçus s'expriment sous la forme :

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \mathbf{R}_{Y,H}(\tau) = \frac{1}{2l} \mathbf{H} \mathbf{R}_{C,H}(\tau) \mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r} \delta(\tau) \quad (3.68)$$

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \mathbf{R}_{Y,T}(\tau) = \frac{1}{2l} \mathbf{H} \mathbf{R}_{C,T}(\tau) \mathbf{H}^T \quad (3.69)$$

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \mathbf{R}_{\tilde{Y}}(\tau) = \frac{1}{2l} \bar{\mathbf{H}} \mathbf{R}_C(\tau) \bar{\mathbf{H}}^T + (\sigma^2/2) \mathbf{I}_{2n_r} \delta(\tau) \quad (3.70)$$

où  $\delta(\tau)$  est le symbole de Kronecker qui est égale à 1 pour  $\tau = 0$  et nulle ailleurs. Ces trois expressions montrent que les moyennes temporelles à la réception dépendent du codage, du type de modulation, de la matrice de canal et de la variance du bruit. En pratique, ces moyennes sont estimées par la méthode des moments. Par exemple, l'estimateur  $\hat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau)$  de la moyenne  $\mathbf{R}_{Y,T}(\tau)$  s'exprime sous la forme :

$$\hat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Y(k) Y^T(k + \tau) \quad (3.71)$$

**Remarque 3.3** Dans le cas d'une variable cyclostationnaire monodimensionnelle, l'estimateur de la moyenne temporelle est consistant<sup>4</sup> et asymptotiquement gaussien [DG94]. Cette propriété s'étend au cas des variables multidimensionnelles. Soit  $Y(k)$  une variable cyclostationnaire multidimensionnelle,  $\hat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau)$  est un estimateur consistant de  $\mathbf{R}_{Y,T}(\tau)$ . De plus, cet estimateur est asymptotiquement gaussien, c'est-à-dire que le vecteur  $\text{vec}\{\hat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau)\}$  de taille  $n_t^2$  construit en concaténant les colonnes de  $\hat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau)$  les unes au dessus des autres tend vers une loi gaussienne  $\mathcal{N}_c(\text{vec}\{\mathbf{R}_{Y,T}(\tau)\}, \Psi)$  où  $\Psi$  est une matrice de covariance de taille  $n_t^2 \times n_t^2$ .

Dans les sous-sections suivantes, nous proposons deux méthodes de reconnaissance du codage exploitant les moyennes spatio-temporelles des signaux reçus : la première méthode se base sur la détection des valeurs  $\tau$  pour lesquelles les matrices sont nulles alors que la seconde exploite leurs normes.

<sup>4</sup>Un estimateur est dit consistant si sa variance tend vers zéro lorsque le nombre d'échantillons tends vers l'infini.

### 3.3.2 Approche basée sur la nullité des moyennes spatio-temporelles

Les valeurs  $\tau$  pour lesquelles les moyennes spatio-temporelles sont nulles offrent une information sur la longueur  $l$  des blocs spatio-temporels car ces moyennes sont nulles pour tout  $\tau$  supérieur ou égal  $l$  (voir tableau 3.1). De plus, pour certains codages, ces moyennes s'annulent également pour des valeurs  $\tau < l$ . En partant de ces deux constatations, nous proposons une méthode de reconnaissance du codage basée sur la détection des moyennes spatio-temporelles nulles.

La détection d'une moyenne nulle peut être réalisée en testant la nullité de sa norme de Frobenius car la nullité d'une matrice implique la nullité de sa norme et réciproquement. En utilisant les équations (3.69), (3.68) et (3.70), les normes de Frobenius à la réception s'expriment sous la forme :

$$\forall \tau \in \mathbb{N}^*, \|\mathbf{R}_{Y,H}(\tau)\|_F^2 = \frac{1}{4l^2} \|\mathbf{H}\mathbf{R}_{C,H}(\tau)\mathbf{H}^H\|_F^2 \quad (3.72)$$

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \|\mathbf{R}_{Y,T}(\tau)\|_F^2 = \frac{1}{4l^2} \|\mathbf{H}\mathbf{R}_{C,T}(\tau)\mathbf{H}^T\|_F^2 \quad (3.73)$$

$$\forall \tau \in \mathbb{N}^*, \|\mathbf{R}_{\hat{Y}}(\tau)\|_F^2 = \frac{1}{4l^2} \|\bar{\mathbf{H}}\mathbf{R}_C(\tau)\bar{\mathbf{H}}^T\|_F^2 \quad (3.74)$$

Étudions dans un premier temps les propriétés de la norme  $\|\mathbf{R}_{Y,H}(\tau)\|_F^2$ . Nous pouvons remarquer que lorsque la moyenne  $\mathbf{R}_{C,H}(\tau)$  est nulle, les normes  $\|\mathbf{R}_{C,H}(\tau)\|_F^2$  et  $\|\mathbf{R}_{Y,H}(\tau)\|_F^2$  le sont également. Lorsque la norme  $\|\mathbf{R}_{Y,H}(\tau)\|_F^2$  est nulle, il est plus difficile de conclure sur la nullité de la norme  $\|\mathbf{R}_{C,H}(\tau)\|_F^2$ . Remarquons tout d'abord que la nullité de la norme  $\|\mathbf{R}_{Y,H}(\tau)\|_F^2$  implique nécessairement la nullité de la matrice  $\mathbf{R}_{Y,H}(\tau)$ . De plus, lorsque  $\mathbf{H}$  est de rang plein, la matrice  $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$  est inversible et nous obtenons pour tout  $\tau \in \mathbb{N}^*$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{Y,H}(\tau) &= \frac{1}{2l} \mathbf{H}\mathbf{R}_{C,H}(\tau)\mathbf{H}^H \\ \mathbf{H}^H\mathbf{R}_{Y,H}(\tau)\mathbf{H} &= \frac{1}{2l} (\mathbf{H}^H\mathbf{H})\mathbf{R}_{C,H}(\tau)(\mathbf{H}^H\mathbf{H})^H \\ (\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^H\mathbf{R}_{Y,H}(\tau)\mathbf{H}^H((\mathbf{H}^H\mathbf{H})^H)^{-1} &= \frac{1}{2l} \mathbf{R}_{C,H}(\tau) \end{aligned} \quad (3.75)$$

La dernière expression montre que lorsque la matrice  $\mathbf{R}_{Y,H}(\tau)$  est nulle, la matrice  $\mathbf{R}_{C,H}(\tau)$  ainsi que sa norme le sont également. Finalement, nous pouvons en conclure que  $\|\mathbf{R}_{Y,H}(\tau)\|_F^2$  implique  $\|\mathbf{R}_{C,H}(\tau)\|_F^2 = 0$  et réciproquement. Il est possible de démontrer de manière quasi-similaire cette double implication pour les normes  $\|\mathbf{R}_{Y,T}(\tau)\|_F^2$  et  $\|\mathbf{R}_{\hat{Y}}(\tau)\|_F^2$ . Ces résultats sont résumés par le théorème suivant :

**Théorème 3.2** *Soit une matrice de rang plein  $\mathbf{H}$  de taille  $n_r \times n_t$  ( $n_r > n_t$ ). Nous obtenons les implications suivantes :*

$$\forall \tau \in \mathbb{N}^*, \|\mathbf{R}_{C,H}(\tau)\|_F^2 = 0 \Leftrightarrow \|\mathbf{R}_{Y,H}(\tau)\|_F^2 = 0 \quad (3.76)$$

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \|\mathbf{R}_{C,T}(\tau)\|_F^2 = 0 \Leftrightarrow \|\mathbf{R}_{Y,T}(\tau)\|_F^2 = 0 \quad (3.77)$$

$$\forall \tau \in \mathbb{N}^*, \|\mathbf{R}_C(\tau)\|_F^2 = 0 \Leftrightarrow \|\mathbf{R}_{\hat{Y}}(\tau)\|_F^2 = 0 \quad (3.78)$$

**Remarque 3.4** Pour des signaux issus d'une modulation réelle utilisant les codes de la section 3.1.1, la remarque 3.2 montre que les normes  $\|\mathbf{R}_{C,T}(\tau)\|_F^2$ ,  $\|\mathbf{R}_{C,H}(\tau)\|_F^2$  et  $\|\mathbf{R}_{\tilde{C}}(\tau)\|_F^2$  sont égales et qu'elles s'annulent pour les mêmes valeurs de  $\tau$ . Pour des signaux issus d'une modulation circulaire à l'ordre 2,  $\|\mathbf{R}_C(\tau)\|_F^2$  est égale à :

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \|\mathbf{R}_C(\tau)\|_F^2 = \frac{1}{2} (\|\mathbf{R}_{C,T}(\tau)\|_F^2 + \|\mathbf{R}_{C,H}(\tau)\|_F^2) \quad (3.79)$$

et s'annule lorsque les normes  $\|\mathbf{R}_{C,T}(\tau)\|_F^2$  et  $\|\mathbf{R}_{C,H}(\tau)\|_F^2$  sont toutes les deux nulles.

**Exemple 3.8** Le tableau B.1 exposé en annexe présente les valeurs des moyennes spatio-temporelles en fonction de  $\tau$  et du type de modulation pour plusieurs codes STBC. La figure 3.1 affiche les normes estimées des échantillons reçus  $\|\hat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau)\|_F^2$  pour 4 codages utilisant  $n_t = 3$  antennes et une modulation circulaire à l'ordre 2 (QPSK).

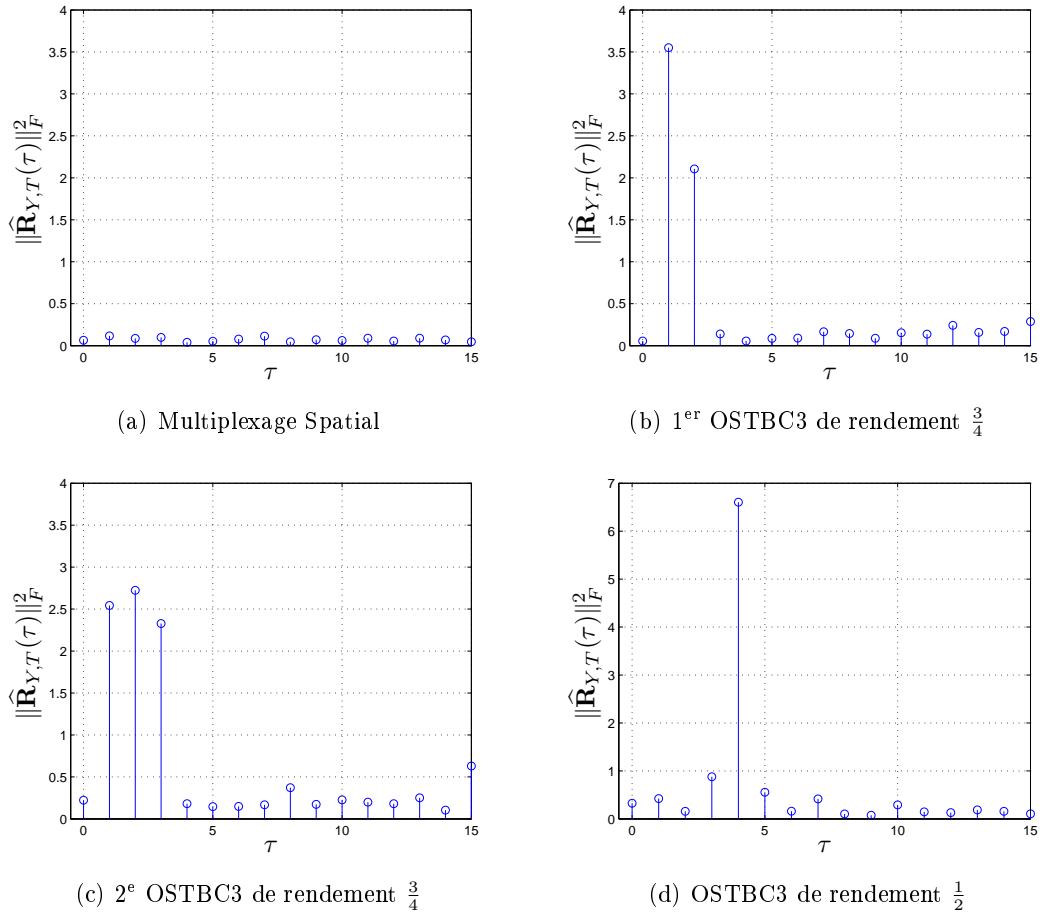


FIG. 3.1 – Valeurs expérimentales des normes  $\|\hat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau)\|_F^2$  pour 4 codages utilisant 3 antennes ( $N=512$ ,  $\text{SNR}=10\text{dB}$ , symboles QPSK,  $n_r = 4$ )

En pratique les moyennes spatio-temporelles ainsi que leurs normes sont estimées. Dans le paragraphe suivant, nous présentons une méthode pour détecter la nullité des normes estimées à la réception. Nous montrons également que pour certains problèmes de classification, un arbre de décision permet de reconnaître le codage à partir de la position  $\tau$  des normes nulles.

### 3.3.2.1 Détection des moyennes temporelles nulles

et nous détaillons ici uniquement la méthode pour détecter la nullité de la norme  $\|\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\|_F^2$ ; la procédure pour détecter la nullité des normes  $\|\widehat{\mathbf{R}}_{Y,H}(\tau_t)\|_F^2$  et  $\|\widehat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}}(\tau_t)\|_F^2$  est quasi-identique. Considérons le test de nullité associé au décalage temporel  $\tau_t$  défini par :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_1 &: \|\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\|_F^2 \neq 0 \\ \mathcal{H}_0 &: \|\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\|_F^2 = 0 \end{aligned} \quad (3.80)$$

Ce test est réalisé en appliquant un prétraitement spatial à la moyenne  $\mathbf{R}_{Y,T}(\tau_t)$ . Le but de ce prétraitement est de faire converger la loi de  $\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)$  sous l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$  vers une loi du chi-2.

Considérons le vecteur  $\text{vec}\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\}$  construit en concaténant les colonnes des matrices  $\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)$  les unes au dessous des autres. L'opération de concaténation préserve la norme et nous obtenons l'égalité  $\|\text{vec}\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\}\|_F^2 = \|\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\|_F^2$ . Sous l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$ , la remarque 3.3 montre que l'estimateur  $\text{vec}\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\}$  tend asymptotiquement vers une loi gaussienne  $\mathcal{N}_c(0, \Psi)$  où  $\Psi = E[\text{vec}\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\}\text{vec}^H\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\}]$ . Remarquons qu'en pratique la matrice de covariance  $\Psi$  est inconnue et peut être estimée par :

$$\widehat{\Psi} = \frac{1}{N - l_{\Theta_c} + 1} \sum_{\tau_t=l_{max}}^N \text{vec}\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\}\text{vec}\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\}^H \quad (3.81)$$

où  $l_{\Theta_c}$  est la longueur de bloc maximale des codes de l'ensemble  $\Theta_c$ . Notons respectivement  $\Delta$  et  $\mathbf{U}$  les valeurs et vecteurs propres de la matrice  $\Psi$  et définissons le prétraitement spatial suivant :

$$\text{vec}^b\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\} = \sqrt{2}\Delta^{-\frac{1}{2}}\mathbf{U}^H \text{vec}\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\} \quad (3.82)$$

où l'indice  $^b$  indique le blanchiment. Sous l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$ , la statistique prétraitée  $\text{vec}^b\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\}$  tend asymptotiquement vers une loi gaussienne circulaire  $\mathcal{N}_c(0, 2\mathbf{I}_{n_r^2})$ . La variance de chaque élément du vecteur est égal à 2 et leur valeur absolue au carré tend vers une loi du chi-2 de degré 2. De plus, la structure diagonale de la matrice de covariance implique que les différents éléments sont décorrélés et donc, pour des variables gaussiennes, indépendants<sup>5</sup>. La norme  $\|\text{vec}^b\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\}\|_F^2$  est alors composée de la somme de  $n_r^2$  variables aléatoires indépendantes du chi-2 de degré 2 et tend vers une loi du chi 2 de degré  $2n_r^2$ . Les propriétés asymptotiques des normes de Frobenius sont résumées par le théorème 3.3.

<sup>5</sup>Dans le cas particulier d'une loi gaussienne, la décorrélation implique l'indépendance.

**Théorème 3.3** *Sous l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$ , la norme de Frobenius du vecteur  $\text{vec}^b\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\}$  tend vers une loi du chi-2 de degré  $2n_r^2$ , c'est à dire :*

$$\left\| \text{vec}^b\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\} \right\|_F^2 \xrightarrow[\mathcal{H}_0]{} \chi_2^{2n_r^2} \quad (3.83)$$

En utilisant le théorème précédant, l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$  est acceptée (rejet de  $\mathcal{H}_1$ ) si la statistique  $\|\text{vec}^b\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\}\|_F^2$  est inférieure à un seuil de détection  $\varepsilon$ . Le seuil de détection s'obtient en fixant une probabilité de fausse alarme  $pfa$  et en recherchant dans la table du  $\chi_2$  la valeur  $\varepsilon$  qui satisfait  $P[\chi_2^{2n_r^2} \geq \varepsilon] = pfa$ . Le principe du test de nullité de la moyenne  $\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)$  est résumé par l'algorithme 6. Ce test est identique pour la moyenne  $\widehat{\mathbf{R}}_{Y,H}(\tau_t)$ . Pour la moyenne  $\widehat{\mathbf{R}}_{\bar{Y}}(\tau_t)$ , la statistique prétraitée  $\text{vec}^b\{\widehat{\mathbf{R}}_{\bar{Y}}(\tau_t)\}$  tend vers une loi gaussienne  $\mathcal{N}_c(0, 2\mathbf{I}_{(2n_r)^2})$ . Le test de nullité s'obtient alors en fixant le degré du  $\chi_2$  à  $8n_r^2$ .

<b>Entrées :</b> $\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau)$ , $\tau_t$ , $pfa$	
<b>Sorties :</b> $\mathcal{H}$	
1	<b>début</b>
2	construction du vecteur $\text{vec}\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\}$ ;
3	estimation de $\Psi$ avec l'équation (3.81);
4	calcul des valeurs et vecteurs propres $(\Delta, \mathbf{U})$ de $\Psi$ ;
5	calcul du vecteur $\text{vec}^b\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\}$ avec l'équation (3.82);
6	calcul du seuil $\varepsilon$ telle que $P[\chi_2^{2n_r^2} \geq \varepsilon] = pfa$ ;
7	<b>si</b> $\ \text{vec}^b\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)\}\ _F^2 > \varepsilon$ <b>alors</b>
8	$\mathcal{H} \leftarrow \mathcal{H}_1$ ;
9	<b>sinon</b>
10	$\mathcal{H} \leftarrow \mathcal{H}_0$ ;
11	<b>fin</b>
12	<b>fin</b>

**Algorithme 6** : Test de nullité de la matrice  $\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)$ .

Pour illustrer le fonctionnement de la méthode, la figure 3.2 présente l'histogramme des normes  $\|\text{vec}^b\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_1)\}\|_F^2$  ( $\tau_1 \geq 2$ ) pour une communication utilisant un codage d'Alamouti. Théoriquement ces normes sont nulles car la longueur d'un bloc spatio-temporel issu d'un codage d'Alamouti est égal à  $l = 2$ . La densité de probabilité de la loi  $\chi_2^{2n_r^2}$  et le seuil de détection obtenu avec une probabilité de fausse alarme égale à  $10^{-4}$  sont affichés sur la même figure. Remarquons que la loi  $\chi_2$  et l'histogramme de la norme sont en parfaite adéquation. La figure 3.3 expose les normes  $\|\text{vec}^b\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau)\}\|_F^2$  en fonction de  $\tau$  ainsi que le seuil de détection pour la même communication. Nous pouvons constater que la norme est supérieure au seuil uniquement pour  $\tau = 1$ . Dans le paragraphe suivant, nous proposons une méthode permettant de conclure sur le codage des signaux reçus.

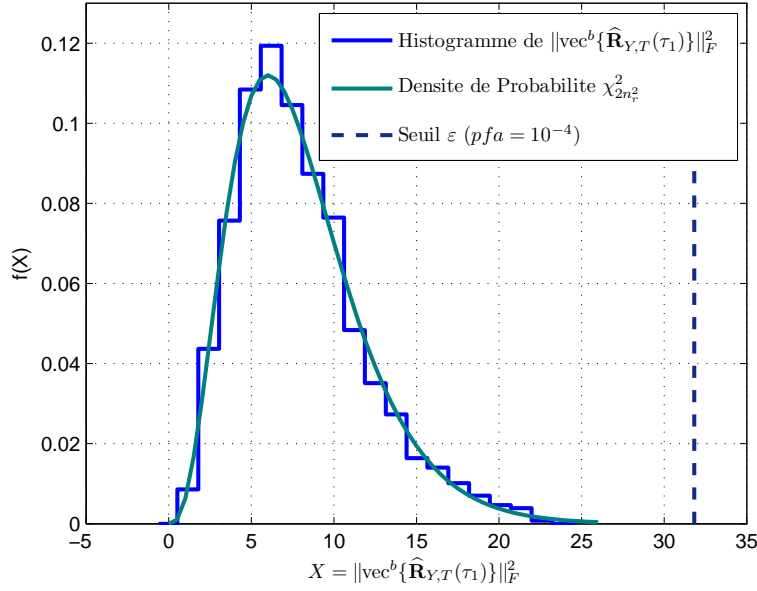


FIG. 3.2 – Histogramme des normes  $\|\text{vec}^b\{\hat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_1)\}\|_F^2$  ( $\tau_1 \geq 2$ ) pour une communication utilisant un codage d'Alamouti ( $N=2048$ ,  $\text{SNR}=0\text{dB}$ , signaux QPSK,  $n_r = 2$ ).

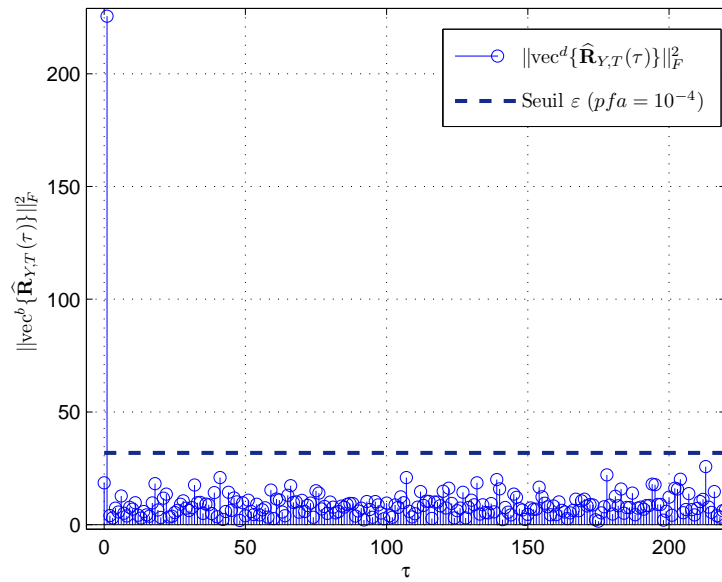


FIG. 3.3 – Normes  $\|\text{vec}^b\{\hat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau)\}\|_F^2$  pour une communication utilisant un codage d'Alamouti ( $N=2048$ ,  $\text{SNR}=0\text{dB}$ , signaux QPSK,  $n_r = 2$ ). La norme  $\|\text{vec}^b\{\hat{\mathbf{R}}_{Y,T}(1)\}\|_F^2$  est supérieure au seuil de détection.

### 3.3.2.2 Classification du codage par arbre de décision

Pour certains problèmes de classification, il est possible de reconnaître le codage à partir d'un arbre de décision basé sur la position des moyennes spatio-temporelles nulles. Le tableau 3.2 expose les valeurs  $\tau$  pour lesquelles les moyennes spatio-temporelles sont non-nulles en fonction du codage. Les valeurs relatives à la moyenne  $\mathbf{R}_C(\tau)$  ne sont pas indiquées car cette moyenne est différente de zéro lorsque la moyenne  $\mathbf{R}_{C,T}(\tau)$  ou  $\mathbf{R}_{C,H}(\tau)$  est non nulle (remarque 3.4).

Code	Modulation réelle	Modulation circulaire à l'ordre 2	
Moyenne	$\mathbf{R}_{C,T}(\tau) = \mathbf{R}_{C,H}(\tau) \neq \mathbf{0}$	$\mathbf{R}_{C,T}(\tau) \neq \mathbf{0}$	$\mathbf{R}_{C,H}(\tau) \neq \mathbf{0}$
MS	$\tau = 0$	$\emptyset$	$\tau = 0$
Alamouti	$\tau = \{0, 1\}$	$\tau = 1$	$\tau = 0$
$\frac{3}{4}$ OSTBC3(1)	$\tau = \{0, 1, 2, 3\}$	$\tau = \{1, 2\}$	$\tau = \{0, 1, 2, 3\}$
$\frac{3}{4}$ OSTBC3(2)	$\tau = \{0, 1, 2, 3\}$	$\tau = \{1, 2, 3\}$	$\tau = \{0, 1, 2\}$
$\frac{1}{2}$ OSTBC3	$\tau = \{0, 1, 3, 4, 5, 7\}$	$\tau = \{1, 3, 4, 5, 7\}$	$\tau = \{0, 1, 3\}$

TAB. 3.2 – Valeur de  $\tau$  pour lesquelles les normes des moyennes temporelles sont non nulles. La notation  $\emptyset$  désigne l'ensemble vide.

Pour illustrer le principe de la méthode, nous présentons ici deux problèmes de classification du codage pouvant être résolus par un arbre de décision.

- Considérons la reconnaissance de deux codages utilisant  $n_t = 2$  antennes émettrices. Les deux codages considérés sont le Multiplexage Spatial, noté *MS*, et le codage d'Alamouti. La table B.1 et le théorème 3.2 montrent que ces deux codes peuvent être discriminés en testant la nullité de  $\|\mathbf{R}_{Y,T}(1)\|_F^2$ . Pour identifier ces deux codes, il est alors possible de créer un arbre de décision possédant un seul nœud : le codage d'Alamouti est sélectionné et le Multiplexage Spatial rejeté lorsque la norme  $\|\text{vec}^b\{\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(1)\}\|_F^2$  est supérieure à un seuil  $\varepsilon$  et inversement. Le seuil  $\varepsilon$  s'obtient à partir de la loi  $\chi_2^{2n_t^2}$  en fixant une probabilité de fausse alarme. Remarquons que la norme  $\|\mathbf{R}_{Y,H}(1)\|_F^2$  ne permet pas de discriminer le Multiplexage Spatial et le codage d'Alamouti car elle est théoriquement nulle pour ces deux codes.
- Considérons la reconnaissance de 4 codages spatio-temporels utilisant  $n_t = 3$  antennes. Les codes considérés sont le Multiplexage Spatial (*MS*), les deux codes OSTBC3 de rendement  $\frac{3}{4}$  exposés dans la sous-section 3.1.1 et le codage OSTBC3 de rendement  $\frac{1}{2}$  proposé par Tarokh. La table B.1 montre que la reconnaissance de ces 4 codes peut être réalisée par l'arbre de décision de la figure 3.4. L'arbre permet d'identifier l'ensemble des codes lorsque la modulation des symboles est circulaire à l'ordre 2 ( $\mathbf{R}_{Y,T}(0) = \mathbf{0}$ ). En présence d'une modulation réelle ( $\mathbf{R}_{Y,T}(0) \neq \mathbf{0}$ ), l'arbre ne permet pas d'identifier les deux codes de rendement  $\frac{3}{4}$ .



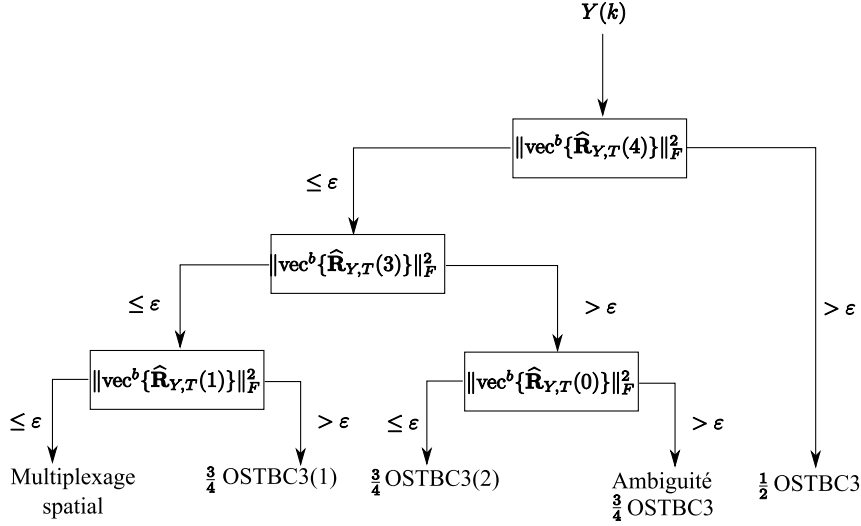


FIG. 3.4 – Arbre de décision pour la reconnaissance automatique de 4 codages en bloc utilisant  $n_t = 3$  antennes émettrices. Le seuil  $\varepsilon$  s'obtient à partir de la loi  $\chi_2^{2n_r^2}$  en fixant une probabilité de fausse alarme.

L'approche présentée dans cette sous-section a été publiée dans la revue IEEE Transaction on Wireless Communication [CYCB08c] et permet de résoudre certains problèmes de classification ; elle présente toutefois plusieurs limitations. D'une part, elle ne permet pas de discriminer deux codes dont les moyennes spatio-temporelles s'annulent pour les mêmes décalages  $\tau$ . Ce problème a été constaté pour la discrimination des signaux utilisant un codage orthogonal de rendement  $\frac{3}{4}$  et une modulation réelle. D'autre part, cette approche n'exploite que partiellement l'information contenue dans les moyennes temporelles. Nous proposons dans la sous-section suivante une méthode alternative permettant de résoudre ces deux problèmes.

### 3.3.3 Approche basée sur les normes des moyennes temporelles

Dans cette sous-section, nous présentons une méthode pour reconnaître le codage à partir des normes des moyennes spatio-temporelles. Nous montrons qu'après blanchiment par Analyse en Composantes Principales (ACP) des échantillons reçus les normes dépendent uniquement du codage et du type de modulation. En particulier, leurs valeurs ne dépendent pas du canal de propagation. Lorsque le type de modulation est connu ou préalablement estimé<sup>6</sup>, la classification du codage est obtenue en minimisant un critère de distance entre les normes estimées et les normes théoriques.

<sup>6</sup>la reconnaissance du type de modulation peut être réalisée en testant la nullité de la norme  $\|\mathbf{R}_{\hat{Y}}(0)\|_F^2$  via la méthode présentée dans la sous section 3.3.2

### 3.3.3.1 Blanchiment par ACP des moyennes spatio-temporelles

Considérons les échantillons non bruités  $G(k) = \mathbf{H}X(k)$ . Le blanchiment de la moyenne temporelle  $\mathbf{R}_{G,H}(0)$  est obtenu en appliquant une matrice  $\mathbf{W}$  de taille  $n_t \times n_r$  aux signaux  $G(k)$  telle que :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{W}G,H}(0) = \mathbf{W}\mathbf{H}\mathbf{R}_{X,H}(0)\mathbf{H}^H\mathbf{W}^H \quad (3.84)$$

$$= \sigma_X^2 \mathbf{W}\mathbf{H}\mathbf{H}^H\mathbf{W}^H = \mathbf{I}_{n_t} \quad (3.85)$$

Une matrice  $\mathbf{W}$  peut être extraite à partir de la décomposition en valeurs propres de la matrice  $\mathbf{R}_{G,H}(0)$ . Notons  $\Delta$  la matrice de taille  $n_t \times n_t$  contenant les  $n_t$  plus grandes valeurs propres rangées de la matrice  $\mathbf{R}_{G,H}(0)$  et  $\mathbf{U}$  la matrice unitaire de taille  $n_r \times n_t$  contenant les vecteurs propres associés. Une matrice  $\mathbf{W}$  s'obtient via la relation :

$$\mathbf{W} = \Delta^{-\frac{1}{2}}\mathbf{U}^H \quad (3.86)$$

En pratique, la matrice  $\mathbf{R}_{G,H}(0)$  est inconnue du récepteur. Lorsque la variance du bruit  $\sigma^2$  est connue, la matrice  $\mathbf{W}$  s'obtient via la décomposition en valeurs propres de la statistique  $\hat{\mathbf{R}}_{G,H}(0) = \hat{\mathbf{R}}_{Y,H}(0) - \sigma^2\mathbf{I}_{n_r}$ .

Après blanchiment, la matrice pseudo-inverse de  $\mathbf{W}$  est une estimation, à une matrice unitaire et à un coefficient près, de la matrice de canal  $\mathbf{H}$  [BAMCM97]. Les échantillons blanchis, notés  $Y^b(k) = \mathbf{W}Y(k)$ , s'expriment alors en fonction des échantillons émis via la relation :

$$Y^b(k) = \frac{1}{\sigma_X}\mathbf{M}X(k) + \mathbf{W}B(k) \quad (3.87)$$

où  $\mathbf{M}$  est une matrice unitaire inconnue. Comme les matrices unitaires préservent les normes, la norme des moyennes spatio-temporelles  $\mathbf{R}_{\mathbf{W}\tilde{Y}(k)}(\tau)$  sont égales à :

$$\forall \tau \in \mathbb{N}^*, \quad \|\mathbf{R}_{Y^b,H}(\tau)\|_F^2 = \left\| \frac{1}{\sigma_X^2} \mathbf{M}\mathbf{R}_{X,H}(\tau)\mathbf{M}^T \right\|_F^2 \quad (3.88)$$

$$= \frac{1}{\sigma_X^4} \|\mathbf{R}_{X,H}(\tau)\|_F^2 \quad (3.89)$$

Finalement en utilisant la remarque 3.1 et l'équation (3.48), les normes se simplifient sous la forme :

$$\forall \tau \in \mathbb{N}^*, \quad \|\mathbf{R}_{Y^b,H}(\tau)\|_F^2 = n_t \frac{\|\mathbf{R}_{C,H}(\tau)\|_F^2}{\|\mathbf{R}_{C,H}(0)\|_F^2} \quad (3.90)$$

Après ACP, l'expression théorique de  $\|\mathbf{R}_{Y^b,H}(\tau)\|_F^2$  ( $\tau > 0$ ) dépend donc uniquement du type de modulation et du codage spatio-temporel. En utilisant le même raisonnement que précédemment pour les moyennes  $\mathbf{R}_{Y^b,T}(\tau)$  et  $\mathbf{R}_{\tilde{Y}^b}(\tau)$ , nous obtenons le théorème général 3.4.

**Théorème 3.4** *Les normes des moyennes spatio-temporelles des signaux blanchis dépendent uniquement du codage et du type de modulation utilisé (réel ou circulaire à l'ordre 2). Leurs expressions sont données par :*

$$\forall \tau \in \mathbb{N}^*, \|\mathbf{R}_{Y^b, H}(\tau)\|_F^2 = n_t \frac{\|\mathbf{R}_{C, H}(\tau)\|_F^2}{\|\mathbf{R}_{C, H}(0)\|_F^2} \quad (3.91)$$

$$\forall \tau \in \mathbb{N}, \|\mathbf{R}_{Y^b, T}(\tau)\|_F^2 = n_t \frac{\|\mathbf{R}_{C, T}(\tau)\|_F^2}{\|\mathbf{R}_{C, H}(0)\|_F^2} \quad (3.92)$$

$$\forall \tau \in \mathbb{N}^*, \|\mathbf{R}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2 = n_t \frac{\|\mathbf{R}_{\tilde{C}}(\tau)\|_F^2}{\|\mathbf{R}_{C, H}(0)\|_F^2} \quad (3.93)$$

**Exemple 3.9** *Le tableau B.2 exposé en annexe présente les normes théoriques  $\|\mathbf{R}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2$  en fonction de  $\tau$  et du type de modulation pour le Multiplexage Spatial, le codage d'Alamouti et de plusieurs codes orthogonaux utilisant  $n_t = 3$  antennes.*

**Remarque 3.5** *Les normes  $\|\mathbf{R}_{Y^b, H}(\tau)\|_F^2$ ,  $\|\mathbf{R}_{Y^b, T}(\tau)\|_F^2$  et  $\|\mathbf{R}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2$  ne permettent pas de discriminer deux codes  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  liés par la relation  $\mathbf{C}^{(1)}(S) = \mathbf{U}\mathbf{C}^{(2)}(S)$  où  $\mathbf{U}$  est une matrice unitaire. En utilisant l'équation (3.3), le tableau 3.1 et les propriétés des normes de Frobenius, on montre en effet que leurs normes sont égales ce qui explique ce résultat.*

### 3.3.3.2 Classification par minimisation de la distance euclidienne

Dans ce paragraphe, nous proposons un classifieur basé sur la minimisation de la distance euclidienne pour reconnaître le codage d'une communication parmi un ensemble  $\Theta_c$  de codes possibles. Soit  $l_{\Theta_c}$  la taille maximale des blocs spatio-temporels des codes  $\Theta_c$ , les normes discriminantes du codage sont contenues dans les décalages temporels  $1 \leq \tau < l_{\Theta_c}$  car les normes contenues dans des décalages supérieurs sont théoriquement nulles. De plus, lorsque les codes évoqués dans la sous-section 3.1.1 composent l'ensemble  $\Theta_c$ , la remarque 3.4 montre que la norme  $\|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2$  concentre l'information contenue dans les normes  $\|\hat{\mathbf{R}}_{Y^b, T}(\tau)\|_F^2$  et  $\|\hat{\mathbf{R}}_{Y^b, H}(\tau)\|_F^2$ . Ainsi pour reconnaître le codage, nous proposons de sélectionner le codage  $\hat{\mathcal{C}}$  qui minimise la distance euclidienne entre les normes  $\|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2$  et les normes théoriques de chaque codage pour  $\tau$  compris dans l'intervalle  $1 \leq \tau < l_{\Theta_c}$ , c'est-à-dire :

$$\hat{\mathcal{C}} = \arg \min_{\mathcal{C}^{(j)} \in \Theta_c} d(\tilde{Y}^b, \mathcal{C}^{(j)}) \quad (3.94)$$

$$\text{où } d(\tilde{Y}^b, \mathcal{C}^{(j)}) = \sum_{\tau=1}^{l_{\Theta_c}-1} \left( \|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2 - n_t \frac{\|\mathbf{R}_{\mathcal{C}^{(j)}}(\tau)\|_F^2}{\|\mathbf{R}_{\mathcal{C}^{(j)}, H}(0)\|_F^2} \right)^2 \quad (3.95)$$

La méthode de reconnaissance est résumée dans l'algorithme 7 et a été publiée à la conférence ICASSP [CYCB08b]. Cette méthode est très sensible au problème d'estimation de  $\mathbf{R}_{\tilde{Y}^b}(\tau)$ . En effet, bien que l'estimateur de cette moyenne soit non biaisé, la norme  $\|\mathbf{R}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2$  est quant à elle biaisée c'est-à-dire  $E[\|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2] \neq \|\mathbf{R}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2$ .

L'utilisation d'un estimateur biaisé des normes détériore les performances du classifieur. Pour illustrer ce problème, la figure 3.5 présente la valeur des normes théoriques ainsi que la répartition des estimations  $\|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2$  pour 10000 communications  $\frac{1}{2}$ OSTBC3. La répartition des estimations est représentée par des *boîtes à moustaches* indiquant la position de la moyenne et des différents quantiles<sup>7</sup>[Tuk77].

<p><b>Entrées :</b> <math>\mathbf{Y}</math>, Type de modulation, <math>\sigma^2</math>, <math>\Theta_c</math>  <b>Sorties :</b> <math>\hat{C}</math></p> <pre> 1 début 2   calcul de la moyenne <math>\mathbf{R}_{Y,H}(0)</math>; 3   calcul des <math>n_t</math> plus grandes valeurs propres <math>\Lambda</math> de <math>\hat{\mathbf{R}}_{Y,H}(0) - \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r}</math> et des    vecteurs propres associés <math>\mathbf{U}</math>; 4   <math>Y(k) \leftarrow \Lambda^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}^H Y(k)</math>; 5   <math>d_{min} \leftarrow +\infty</math>; 6   <b>pour</b> <math>\mathcal{C}^{(j)} \in \Theta_c</math> <b>faire</b> 7     calcul des normes théoriques <math>\ \mathbf{R}_{\mathcal{C}^{(j)},H}(0)\ _F^2</math> et <math>\ \mathbf{R}_{\mathcal{C}^{(j)}}(\tau)\ _F^2</math> pour        <math>1 \leq \tau &lt; l_{\Theta_c}</math> associé au type de modulation des signaux; 8     calcul de la distance <math>d(\tilde{Y}^b, \mathcal{C}^{(j)})</math> via l'équation (3.95); 9     <b>si</b> <math>d(\tilde{Y}^b, \mathcal{C}^{(j)}) &lt; d_{min}</math> <b>alors</b> 10      <math>d_{min} \leftarrow d(\tilde{Y}^b, \mathcal{C}^{(j)})</math>; 11      <math>\hat{C} \leftarrow \mathcal{C}^{(j)}</math> 12    <b>fin</b> 13  <b>fin</b> 14 fin </pre>
--

**Algorithme 7 :** Reconnaissance du codage par minimisation de la distance euclidienne.

### 3.3.3.3 Classification par minimisation de la distance euclidienne et correction de biais

Pour améliorer les performances du classifieur précédent, il est souhaitable de recourir à des estimateurs non biaisés des normes  $\|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2$ , c'est-à-dire des estimateurs qui fournissent une valeur moyenne exacte. Dans ce paragraphe, nous proposons un estimateur non biaisé de ces normes et un classifieur intégrant directement la correction de biais.

L'analyse du biais associé à la statistique  $\|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2$ , s'obtient en remarquant tout d'abord que le vecteur  $\text{vec}^b\{\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\}$  tend asymptotiquement vers une loi normale et qu'il s'exprime sous la forme (voir remarque 3.3) :

$$\text{vec}\{\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\} = \text{vec}\{\mathbf{R}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\} + \Xi \quad (3.96)$$

<sup>7</sup>La longueur des moustaches vaut 1,5 fois l'écart interquartile.

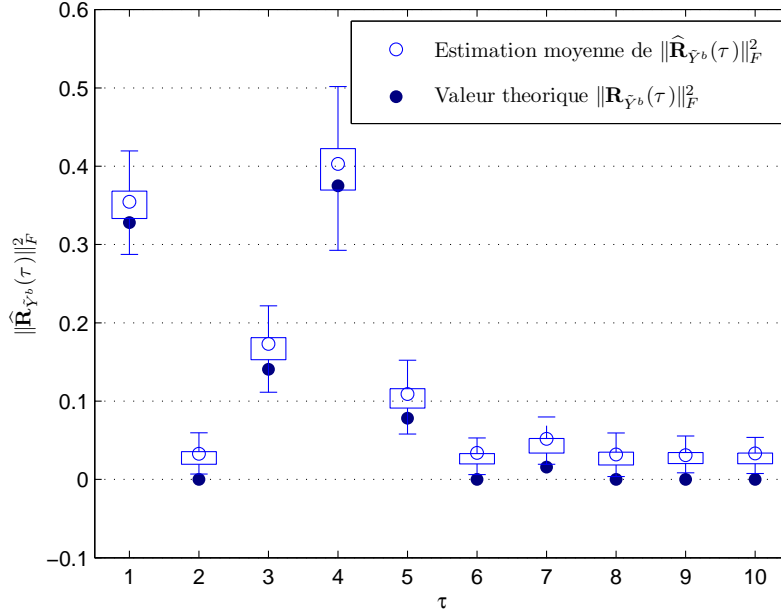


FIG. 3.5 – Répartition des estimations de la norme  $\|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2$  pour 10000 communications (Codage  $\frac{1}{2}$  OSTBC3,  $N=512$ ,  $\text{SNR}=10\text{dB}$ , signaux QPSK,  $n_r = 4$ ).

où  $\Xi$  est un bruit gaussien circulaire  $\mathcal{N}_c(0, \Psi_2)$ . La norme  $\|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2$  est alors égale à :

$$\begin{aligned}
 E[\|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2] &= E\left[\|\text{vec}\{\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\}\|_F^2\right] \\
 &= E\left[\text{Tr}[\text{vec}\{\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\}\text{vect}\{\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\}^H]\right] \\
 &= \|\text{vec}\{\mathbf{R}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\}\|_F^2 + \text{Tr}[E[\Xi\Xi^H]] \\
 &= \|\mathbf{R}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2 + \text{Tr}[\Psi_2]
 \end{aligned} \tag{3.97}$$

La dernière équation montre que le biais de l'estimateur des normes est égal à  $\text{Tr}[\Psi_2]$ . Ce biais peut être estimé en exploitant les normes  $\|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau_1)\|_F^2$  contenues dans les décalages  $\tau_1$  supérieurs à  $l_{\Theta_c}$ . En admettant l'hypothèse que le biais est constant pour l'ensemble de ces normes<sup>8</sup> et en remarquant que  $\|\mathbf{R}_{\tilde{Y}^b}(\tau_1)\|_F^2 = 0$ , le biais est estimé en moyennant les statistiques  $\|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau_1)\|_F^2$ . Finalement, un estimateur non-biaisé des normes s'obtient en soustrayant l'estimation du biais aux normes  $\|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2$ . Pour illustrer l'intérêt de la correction de biais, nous présentons dans la figure 3.6 la répartition des normes non biaisées sous les mêmes conditions expérimentales que celles de la figure 3.5. Nous pouvons remarquer que les moyennes des normes estimées sont en parfaite adéquation avec les normes théoriques. Remarquons qu'il est possible de prendre directement en compte la correction de biais dans le classifieur du paragraphe précédent en remplaçant

<sup>8</sup>La figure 3.5 montre que le biais semble indépendant de  $\tau$

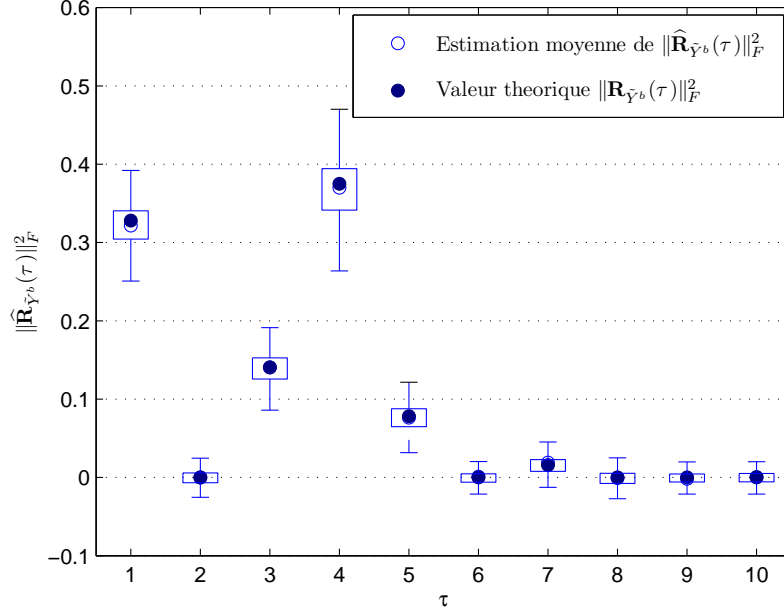


FIG. 3.6 – Répartition des estimations non biaisées de la norme  $\|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2$  pour 10000 communications (Codage  $\frac{1}{2}$ OSTBC3,  $N=512$ ,  $\text{SNR}=10\text{dB}$ , signaux QPSK,  $n_r = 4$ ).

la distance  $d(\tilde{Y}^b, \mathcal{C}^{(j)})$  par la distance :

$$d^c(\tilde{Y}^b, \mathcal{C}^{(j)}) = \sum_{\tau=1}^{l_{\Theta_c}-1} \left( \|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau)\|_F^2 - n_t \frac{\|\mathbf{R}_{\mathcal{C}^{(j)}}(\tau)\|_F^2}{\|\mathbf{R}_{\mathcal{C}^{(j)}, H}(0)\|_F^2} - \frac{\sum_{\tau_1=l_{\Theta_c}}^N \|\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{Y}^b}(\tau_1)\|_F^2}{N - l_{\Theta_c} + 1} \right)^2 \quad (3.98)$$

où le 3<sup>e</sup> terme correspond au biais. Finalement, l'algorithme de reconnaissance du codage s'obtient en substituant  $d(\tilde{Y}^b, \mathcal{C}^{(j)})$  par  $d^c(\tilde{Y}^b, \mathcal{C}^{(j)})$  dans l'algorithme 7.

### 3.4 Comparaison des méthodes

Dans cette section, nous évaluons les performances des différentes méthodes de reconnaissance aveugle du codage spatio-temporel. Les méthodes évaluées, leurs entrées ainsi que leurs paramètres sont spécifiés dans la tableau 3.3. Les performances sont quantifiées en mesurant la probabilité de bonne reconnaissance de chaque méthode, c'est-à-dire la probabilité que la méthode reconnaisse correctement le codage spatio-temporel. Nous estimons cette probabilité via des simulations de type Monte Carlo (1000 simulations par Rapport Signal sur Bruit) en générant de façon équiprobable chaque codage et en moyennant le nombre de bonnes détections. Pour chaque simulation, les symboles émis sont i.i.d et le canal est de type Rayleigh non sélectif en temps et en fréquence et les premiers échantillons reçus  $Y(0)$  interceptent le début d'un bloc spatio-temporel ( $k_1 = 0$ ).

Méthode	Légende	Entrées	Paramètres
ALRT	ALRT	$\mathbf{H}, \mathcal{M}, \sigma^2$	$\emptyset$
GLRT	GLRT	$\mathbf{H}, \mathcal{M}, \sigma^2$	$\mathbf{S}_{ML}$
Critère d'information	AIC	$\mathbf{H}, \mathcal{M}, \sigma^2$	$\mathbf{S}_{ML}$ , Akaike
Critère d'information	MDL	$\mathbf{H}, \mathcal{M}, \sigma^2$	$\mathbf{S}_{ML}$ , MDL
Arbre de décision	Arbre	$n_t$	$pfa = 10^{-3}$
Distance eucl.	Dist.	$n_t, \sigma^2$ , type mod.	$\emptyset$
Distance eucl. (biais corrigé)	Dist. cor	$n_t, \sigma^2$ , type mod.	$\emptyset$

TAB. 3.3 – Liste des algorithmes de reconnaissance du codage. Le paramètre  $\mathbf{S}_{ML}$  signifie que l'estimation des symboles est obtenue par Maximum de Vraisemblance et le paramètre *type mod.* correspond au type de modulation des signaux reçus (réel ou circulaire à l'ordre 2). La notation  $\emptyset$  désigne l'ensemble vide (aucun paramètre de calibrage de la méthode n'est nécessaire).

Dans les sous-sections suivantes, nous présentons les performances des méthodes pour résoudre deux problèmes de classification du codage.

### 3.4.1 Codages utilisant 2 antennes émettrices

Dans cette sous-section, nous considérons le problème de reconnaissance de 2 codages utilisant  $n_t = 2$  antennes : le codage d'Alamouti et le Multiplexage Spatial.

La figure 3.7 présente les probabilités de bonnes reconnaissances lorsque les signaux utilisent une modulation réelle (2ASK) et lorsque le récepteur intercepte 512 échantillons sur  $n_r = 4$  antennes. L'approche ALRT borne supérieurement la probabilité de bonne détection de n'importe quelle autre méthode, sa probabilité est proche de 1 pour un rapport signal à bruit égal à -8dB. L'approche GLRT ne permet pas de reconnaître le Multiplexage Spatial du codage d'Alamouti car il existe une ambiguïté entre ces deux codes ; sa probabilité de bonne reconnaissance tend vers 0.75 à fort rapport signal sur bruit (parfaite reconnaissance du Multiplexage Spatial, ambiguïté pour le codage d'Alamouti). Les approches par critères d'information permettent de lever cette ambiguïté et les courbes montrent que le critère de pénalité d'Akaike fonctionne mieux que le critère MDL. Enfin, il est intéressant de remarquer les bonnes performances obtenues avec les approches par outils de reconnaissance de formes. Ces approches présentent de meilleures performances que les approches par critères d'information alors qu'elles ne nécessitent pas la connaissance du canal et de la modulation<sup>9</sup>. Parmi ces approches, les meilleurs résultats sont obtenus par la méthode minimisant la distance euclidienne entre les normes théoriques et estimées. L'intérêt de la correction de biais n'est pas clairement mis en évidence sur cette figure.

<sup>9</sup>Seule la connaissance du type de modulation (réel ou circulaire à l'ordre 2) est nécessaire pour utiliser la technique par minimisation de la distance euclidienne.

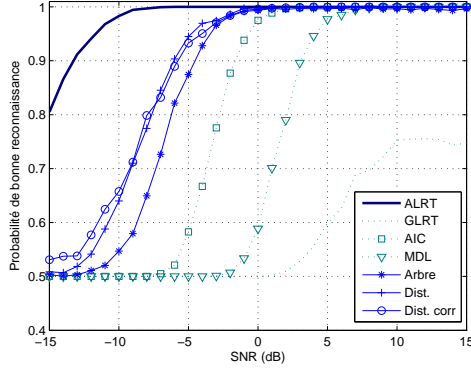


FIG. 3.7 – Probabilité de bonne reconnaissance du multiplexage Spatial et du codage d'Alamouti. Modulation 2ASK, Communication MIMO (4,2),  $N=512$ .

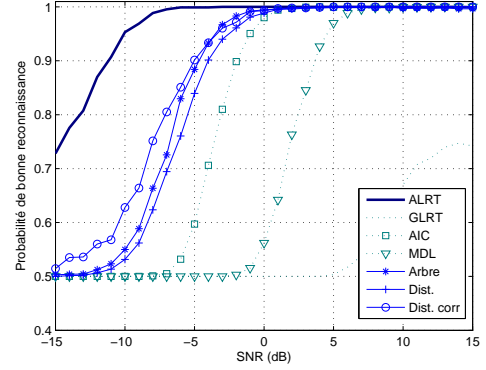


FIG. 3.8 – Probabilité de bonne reconnaissance du multiplexage Spatial et du codage d'Alamouti. Modulation QPSK, Communication MIMO (4,2),  $N=512$ .

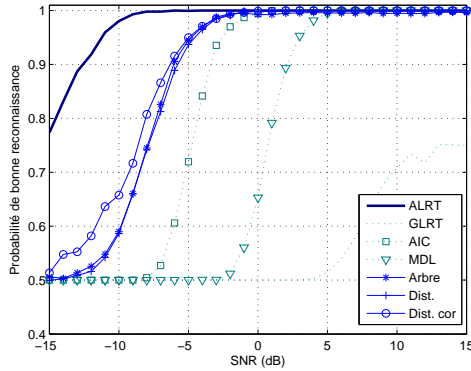


FIG. 3.9 – Probabilité de bonne reconnaissance du multiplexage Spatial et du codage d'Alamouti. Modulation QPSK, Communication MIMO (5,2),  $N=512$ .

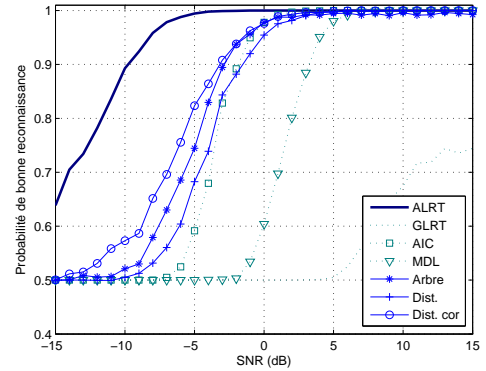


FIG. 3.10 – Probabilité de bonne reconnaissance du multiplexage Spatial et du codage d'Alamouti. Modulation QPSK, Communication MIMO (4,2),  $N=256$ .

La figure 3.8 expose les performances des méthodes lorsque les signaux émis utilisent une modulation circulaire à l'ordre 2 (QPSK). Par rapport à la figure précédente, le problème de reconnaissance est plus difficile car la probabilité de bonne reconnaissance de la méthode optimale est proche de 1 pour un rapport signal à bruit de -5dB. En ce qui concerne les approches par outils de reconnaissance de formes, nous pouvons constater que la méthode par arbre de décision fonctionne légèrement mieux que dans le cas précédant alors que les performances des méthodes *dist.* et *dist. cor* chutent légèrement. Remarquons également que la méthode sans correction de biais semble la plus affectée.

Par rapport au test précédent, la figure 3.9 présente l'influence d'une antenne sup-



plémentaire ( $n_r = 5$ ). L'ajout d'un capteur améliore les performances de l'ensemble des méthodes. En particulier, la probabilité de bonne reconnaissance de la méthode optimale est proche de 1 pour un rapport signal à bruit égal à -9dB.

La figure 3.9 expose les probabilités de bonnes reconnaissances lorsque 256 échantillons sont reçus. En comparant ces probabilités avec celles de la figure 3.8, nous pouvons constater qu'en présence d'un nombre plus faible d'échantillons les performances de l'approche optimale et des méthodes par outils de reconnaissance de formes chutent. Par contre, les performances des approches par critères d'information restent stables et semblent peu affectées par le nombre d'échantillon reçus.

### 3.4.2 Codages utilisant 3 antennes émettrices

Dans cette sous-section, nous considérons le problème de reconnaissance du 4 codages utilisant  $n_t = 3$  antennes : le Multiplexage Spatial, deux codages orthogonaux de rendement  $\frac{3}{4}$  et un codage orthogonal de rendement  $\frac{1}{2}$ .

La figure 3.11 présente les performances des différentes méthodes lorsque les signaux utilisent une modulation réelle (2ASK) et lorsque le récepteur intercepte 512 échantillons sur  $n_r = 4$  antennes. Le détecteur optimal (ALRT) reconnaît parfaitement l'ensemble des codages lorsque le SNR est égal à -9dB. La méthode GLRT ne permet pas de distinguer le Multiplexage Spatial et du codage OSTBC3 de rendement  $\frac{1}{2}$  ; sa probabilité de bonne reconnaissance tend vers  $\frac{7}{8}$ . Les approches par critères d'information (AIC, MDL) lèvent cette ambiguïté. Tout comme précédemment, les meilleures performances s'obtiennent avec le critère AIC. Nous pouvons remarquer que les courbes de probabilité des méthodes AIC et MDL possèdent un pallier. Les matrices de confusion révèlent qu'en début de pallier ces méthodes reconnaissent parfaitement les codages OSTBC3 mais qu'un SNR plus élevé est nécessaire pour identifier le Multiplexage Spatial. Ce comportement laisse penser qu'un critère de pénalité plus faible fournirait de meilleurs résultats. Concernant les méthodes par outils de reconnaissance de formes, la méthode *arbre* ne permet pas d'identifier l'ensemble des codes même à fort SNR. En effet, l'arbre de décision ne distingue pas les deux codages OSTBC3 de rendement  $\frac{3}{4}$  lorsque la modulation utilisée est de type réelle. Les approches *Dist.* et *Dist. corr* ne présentent pas cette ambiguïté ; elles fonctionnent parfaitement pour un SNR égal à 5dB. Remarquons que par rapport à la méthode *Dist.*, la correction de biais améliore nettement la détection à faible SNR.

La figure 3.12 expose les performances lorsque les symboles proviennent d'une modulation circulaire à l'ordre 2 (QPSK). Par rapport à la figure précédente, la détection semble plus difficile pour l'ensemble des méthodes. Seule l'approche par arbre de décision affiche de meilleures performances. Cette méthode ne présente pas d'ambiguïté lorsque les symboles sont circulaires à l'ordre 2. Nous pouvons également remarquer qu'elle fonctionne mieux que les méthodes *Dist* et *Dist corr*.

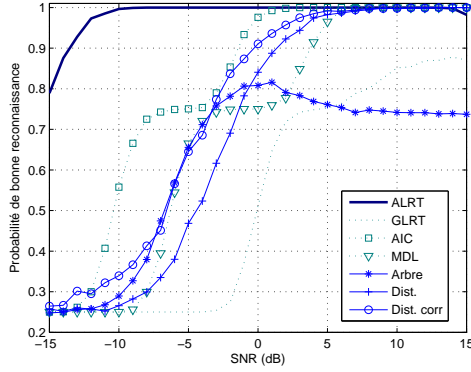


FIG. 3.11 – Probabilité de bonne reconnaissance de 4 codages. Modulation 2ASK, Communication MIMO (4,3),  $N=512$ .

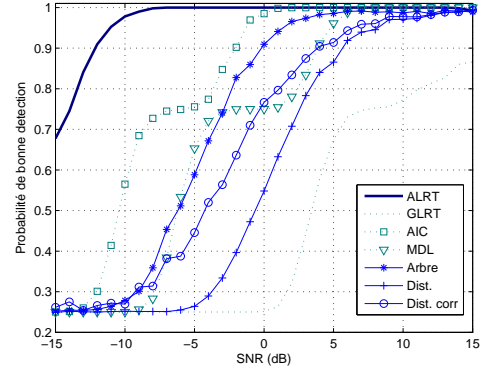


FIG. 3.12 – Probabilité de bonne reconnaissance de 4 codages. Modulation QPSK, Communication MIMO (4,3),  $N=512$ .

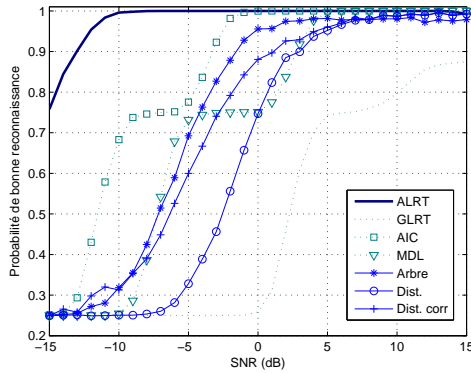


FIG. 3.13 – Probabilité de bonne reconnaissance de 4 codages. Modulation QPSK, Communication MIMO (5,3),  $N=512$ .

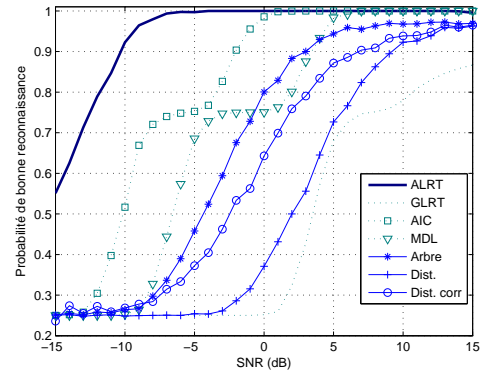


FIG. 3.14 – Probabilité de bonne reconnaissance de 4 codages. Modulation QPSK, Communication MIMO (4,3),  $N=256$ .

Par rapport au test précédent, la figure 3.13 illustre l'influence d'une antenne supplémentaire ( $n_r = 5$ ). La totalité des méthodes affiche de meilleures performances. Le détecteur optimal reconnaît parfaitement l'ensemble des codes pour un SNR supérieur ou égal à -10dB. Comparé à la figure 3.12, nous pouvons remarquer que les différences entre les approches *arbre* et *Dist. corr.* diminuent. Cette deuxième approche semble mieux profiter de l'ajout de signaux supplémentaires. Cela peut en partie s'expliquer par le fait qu'elle utilise une ACP. En effet, l'ACP permet de diminuer l'influence du bruit lorsque l'on augmente le nombre d'antennes réceptrices.

La figure 3.14 expose les probabilités de bonnes reconnaissances lorsque 256 échan-

tillons sont reçus. La méthode optimale nécessite que le SNR soit supérieur ou égal à -5dB pour reconnaître parfaitement l'ensemble des codes. Parmi l'ensemble des méthodes, celles par critères d'information (AIC, MDL) semblent moins affectées par la réduction du nombre d'échantillons. Nous constatons que les approches par outils de reconnaissance de formes ne permettent pas de reconnaître parfaitement les 4 codes même à fort SNR lorsque  $N = 256$  et  $n_t = 4$ .

### 3.5 Discussion

Dans ce chapitre, nous avons proposé plusieurs méthodes de reconnaissance aveugle du codage spatio-temporel. Les méthodes proposées se répartissent en deux catégories : les méthodes par maximum de vraisemblance et les méthodes par outils de reconnaissance de formes.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés aux méthodes par Maximum de Vraisemblance. Nous avons proposé trois méthodes de reconnaissance applicables lorsque la matrice de canal et la modulation des signaux sont connus du récepteur. L'approche ALRT est optimale au sens bayésien et elle borne supérieurement les performances de n'importe quelle autre méthode. Toutefois, le coût calculatoire de cette méthode rend son application difficile lorsque l'ordre de la modulation est élevé. En estimant les symboles émis par des méthodes efficaces (décodage par sphère par exemple), l'approche non-optimale GLRT permet de réduire considérablement ce coût calculatoire. Nous avons montré, cependant, que cette approche présente des ambiguïtés qui la rendent inutilisable pour certains problèmes de reconnaissance. L'approche par critère d'information permet de lever ces ambiguïtés en appliquant des termes de pénalités aux fonctions de vraisemblance GLRT. Outre la complexité générale de ces méthodes, les approches par maximum de vraisemblance possèdent l'inconvénient d'exploiter la modulation des signaux. En contexte non coopératif, cette information est rarement connue du récepteur et nous pensons qu'il est possible de relâcher cette contrainte en approximant les symboles par des variables gaussiennes multidimensionnelles. Cette approximation a déjà été utilisée dans le cas de la reconnaissance du nombre d'antennes (voir chapitre précédent) et dans plusieurs articles traitant de l'estimation aveugle du canal de propagation en présence de signaux codés dans le domaine spatio-temporel [SGM05] [VS08]. Nous pensons qu'elle peut également offrir des résultats intéressants pour des problèmes de reconnaissance du codage.

Dans un second temps, nous avons proposé deux approches basées sur des outils de reconnaissance de forme pour estimer en aveugle le codage spatio-temporel lorsque la modulation et le canal sont inconnus du récepteur. Ces deux méthodes possèdent comme point commun d'exploiter les moyennes spatio-temporelles des signaux reçus. La première approche utilise un arbre de décision pour reconnaître le codage à partir de la position  $\tau$  des moyennes nulles. La classification par arbre de décision présente plusieurs inconvénients car elle n'exploite que partiellement l'information contenue dans

les moyennes spatio-temporelles. Pour résoudre ce problème, nous avons proposé une seconde méthode basée sur un prétraitement des échantillons reçus. Nous avons montré qu'après blanchiment des échantillons, les moyennes dépendent uniquement du type de modulation (réel, circulaire) et du codage spatio-temporel. La reconnaissance du codage est alors simplement réalisée en minimisant un critère de distance entre les normes théoriques et les normes estimées. Les simulations montrent que ces deux méthodes offrent des performances comparables à celles de l'approche ALRT lorsque l'on augmente le rapport signal à bruit égal à 5dB.



## Chapitre 4

# Reconnaissance des techniques de modulation

Le flux binaire d'une communication numérique est adapté au canal de transmission via un processus appelé modulation. La modulation doit être adaptée aux performances demandées, à la bande passante disponible et aux caractéristiques du canal de propagation. Il existe une grande diversité de techniques de modulations et la connaissance de ce paramètre est essentielle à la réception pour sélectionner le démodulateur approprié et ainsi retrouver le flux binaire transmis. En contexte non coopératif, ce paramètre doit être estimé en aveugle à partir des signaux reçus. Actuellement, la reconnaissance de la modulation est une problématique qui bénéficie d'une littérature importante dans le contexte des communications mono-antenne. Cependant son extension au contexte multi-antennes est un sujet récent qui a été peu abordé. Ce chapitre propose plusieurs algorithmes de reconnaissance de la modulation spécifiquement conçus pour les communications MIMO.

Dans la section 4.1, nous présentons la problématique, les hypothèses ainsi que les différentes modulations considérées. La section 4.2 introduit la problématique dans le contexte mono-antenne et expose un état de l'art des méthodes disponibles dans la littérature. Nous abordons ensuite le problème dans le contexte multi-antennes et nous proposons plusieurs algorithmes basés sur le maximum de vraisemblance permettant d'identifier la modulation d'une communication MIMO<sup>1</sup>. Les méthodes proposées se divisent en deux catégories suivant le codage spatio-temporel utilisé à l'émission. Nous proposons dans la section 4.3 4 algorithmes de reconnaissance spécifiquement conçus pour les communications utilisant un codage de type Multiplexage Spatial. Nous traitons ensuite le cas plus général des communications utilisant un codage spatio-temporel en bloc dans la section 4.4. Les performances des méthodes sont évaluées puis comparées pour différents systèmes MIMO dans la section 4.5.

---

<sup>1</sup>Une partie des travaux a été publiée dans les articles [CCYB08] et [CAY<sup>+</sup>08]

## 4.1 Rappel des hypothèses

Considérons une communication MIMO  $(n_r, n_t)$  où  $n_r$  et  $n_t$  désignent respectivement le nombre d'antennes réceptrices et émettrices. Les signaux reçus en bande de base à l'instant  $k$ , notés  $Y(k) = [y_1(k), \dots, y_{n_r}(k)]^T$ , s'expriment en fonction des symboles transmis sous la forme (voir la sous-section 1.3.2) :

$$Y(k) = \mathbf{H}X(k) + B(k) \quad (4.1)$$

$$\text{où } X(k) = \mathbf{A}_{(k+k_1) \bmod l} \tilde{S}_{(k+k_1) \bmod l} \quad (4.2)$$

où :

1.  $S_v = [s_1(v), \dots, s_n(v)]^T$  représentent le  $v^{\text{e}}$  vecteur de symboles transmis au codeur spatio-temporel et  $\tilde{S}_v = [\Re(S_v), \Im(S_v)]^T$ .
2. Les symboles  $s$  sont i.i.d, normalisés ( $E[|s|^2] = 1$ ) et appartiennent à une constellation  $\mathcal{M}$  composée de  $M$  éléments. La constellation  $\mathcal{M}$  est de type réelle où circulaire d'ordre 2.
3. Les symboles sont transmis à un codeur spatio-temporel  $\mathcal{C}$ . Les matrices  $\mathbf{A}_u$  ( $0 \leq u < l$ ) correspondent aux matrices de construction du codage  $\mathcal{C}$ .
4. Les premiers échantillons reçus  $Y(0)$  correspondent à la  $k_1^{\text{e}}$  colonne ( $0 \leq k_1 < l$ ) d'un bloc spatio-temporel.
5. La puissance moyenne des échantillons émis  $X(k)$  est spatialement équirépartie, c'est-à-dire  $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E[X(k)X^H(k)] = \sigma_X^2 \mathbf{I}_{n_t}$  où  $\sigma_X^2$  désigne l'énergie sur chaque antenne.
6. Le nombre d'antennes réceptrices est strictement supérieur au nombre d'antennes émettrices, c'est-à-dire  $n_r > n_t$ .
7. La matrice de canal  $\mathbf{H}$  de taille  $n_r \times n_t$  est de rang plein.
8.  $B(k)$  est une variable aléatoire multidimensionnelle qui suit une loi gaussienne circulaire  $\mathcal{N}_c(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r})$ .

Sous ces notations et hypothèses, la reconnaissance de la modulation consiste à sélectionner la constellation  $\mathcal{M} \in \Theta_m$  des symboles  $s_u$  à partir des échantillons reçus  $\mathbf{Y} = [Y(0), \dots, Y(N-1)]$ . Nous admettons dans ce chapitre que la variance du bruit  $\sigma^2$ , le codage spatio-temporel  $\mathcal{C}$  et l'instant  $k_1$  sont préalablement estimés à la réception<sup>2</sup>. Les différentes modulations considérées dans ce chapitre sont exposées dans la sous-section suivante.

### 4.1.1 Les modulations considérées

Une modulation numérique convertit un bloc de  $k$  bits en un symbole  $s$  appartenant à une constellation  $\mathcal{M}$  composée de  $M = 2^k$  éléments complexes. Le débit dans la bande

---

<sup>2</sup>Lorsque le codage est connu, il est possible d'estimer  $k_1$  à partir des signaux reçus en considérant les corrélations par bloc de taille  $l$  pour différents décalages  $0 \leq k_1 < l$ . L'estimateur de  $k_1$  correspond au décalage qui maximise la norme de la corrélation

passante est directement lié au nombre de bits par bloc ; une valeur de  $k$  élevée permet d'atteindre des débits importants mais augmente cependant la probabilité de commettre des erreurs lors de la phase de démodulation. La conversion des blocs de  $k$  bits en symboles s'effectue de différentes manières suivant le type de modulation employé. Les modulations se classent en différentes catégories : avec ou sans mémoire, linéaire ou non. Nous nous limitons dans ce chapitre à la classe des modulations linéaires sans mémoire. Plus précisément, nous considérons la cas des modulations linéaires d'amplitude, de phase et en quadrature.

#### 4.1.1.1 Modulation d'amplitude

La modulation numérique d'amplitude encode un bloc de  $k$  bits en un symbole réel  $s$  dont la phase  $\varphi(s)$  appartient à l'ensemble  $\{0, \pi\}$  et dont le module  $|s|$  appartient à un ensemble composé de  $2^{k-1}$  éléments. Cette modulation est désignée en littérature sous l'acronyme anglais ASK (Amplitude Shift Keying). Un symbole  $M$ -ASK s'exprime mathématiquement sous la forme [Pro01] :

$$s = d.(2v - 1 - M) \quad (4.3)$$

où  $v \in [1, \dots, M]$  et où  $2d$  est la distance entre deux amplitudes adjacentes. L'affectation d'un bloc de  $k$  bits à un symbole est généralement réalisée par une technique appelée codage de Gray encoding. Cette technique convertit deux blocs se différenciant d'un seul bit par deux amplitudes adjacentes et permet de minimiser l'impact des erreurs lors de la phase de démodulation.

**Exemple 4.1** La modulation 2ASK encode un bloc de  $k = 1$  bit en un symbole appartenant à la constellation  $\{-d, d\}$ . La figure 4.1 présente la constellation normalisée des symboles ( $E[|s|^2] = 1$ ).

**Exemple 4.2** La modulation 4ASK encode un bloc de  $k = 2$  bits en un symbole appartenant à la constellation  $\{-3d, -d, d, 3d\}$ . La figure 4.2 présente la constellation normalisée des symboles ( $E[|s|^2] = 1$ ).

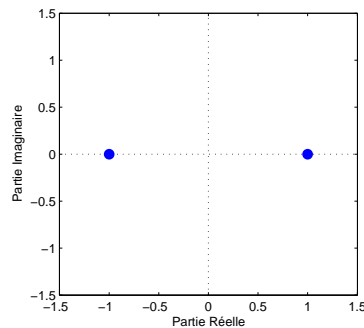


FIG. 4.1 – Constellation 2ASK.

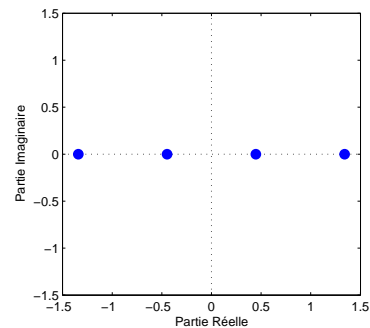


FIG. 4.2 – Constellation 4ASK.



#### 4.1.1.2 Modulation de phase

La modulation numérique de phase encode un bloc de  $k$  bits en un symbole  $s$  de module unitaire. Cette modulation est désignée dans la littérature sous l'acronyme anglais PSK (Phase Shift Keying). Un symbole  $M$ -PSK s'exprime mathématiquement sous la forme [Pro01] :

$$s = e^{2j\pi(v-1)/M} \quad (4.4)$$

où  $v \in [0, \dots, M-1]$ . Tout comme la modulation d'amplitude, l'affectation d'un bloc de  $k$  bits en un symbole PSK est généralement réalisée par un codage de Gray. Notons qu'il existe des variantes de la modulation MPSK introduisant un décalage de phase constant pour faciliter la synchronisation à la réception.

**Exemple 4.3** La modulation 4PSK (aussi appelée QPSK) encode un bloc de  $k = 2$  bits en un symbole appartenant à la constellation  $\{0, e^{j\frac{\pi}{2}}, e^{j\pi}, e^{-j\frac{\pi}{2}}\}$ . La figure 4.3 présente la constellation des symboles.

**Exemple 4.4** La modulation 16PSK encode un bloc de  $k = 4$  bits en un symbole de la forme  $e^{jv\frac{\pi}{8}}$  avec  $v \in [0, \dots, 15]$ . La figure 4.4 présente la constellation des symboles.

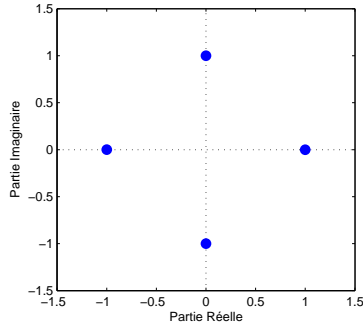


FIG. 4.3 – Constellation d'une modulation QPSK.

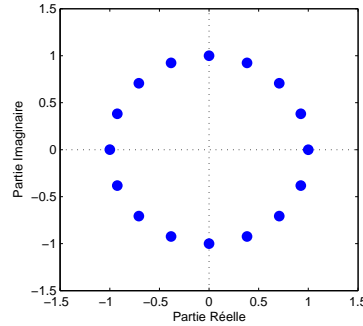


FIG. 4.4 – Constellation d'une modulation 16PSK.

#### 4.1.1.3 Modulation en quadrature

Les deux modulations précédentes exploitent uniquement l'espace des amplitudes ou celui des phases pour coder l'information. Afin d'optimiser la bande passante, la modulation en quadrature, référencée dans la littérature sous l'acronyme anglais QAM (Quadrature Amplitude Modulation), exploite conjointement ces deux espaces. Une modulation QAM encode un bloc de  $k$  bits en un symbole complexe appartenant à une constellation composée de  $M = 2^k$  éléments. Si le nombre de bits est paire alors la constellation est dite *carrée*. Si  $n$  est impaire, la constellation est dite *croisée*.

**Exemple 4.5** La modulation 16QAM encode un bloc de  $k = 4$  bits en un symbole complexe appartenant à une constellation carrée. La figure 4.5 présente la constellation normalisée des symboles ( $E[|s|^2] = 1$ ).

**Exemple 4.6** La modulation 32QAM encode un bloc de  $k = 5$  bits en un symbole complexe appartenant à une constellation croisée. La figure 4.6 présente la constellation normalisée des symboles ( $E[|s|^2] = 1$ ).

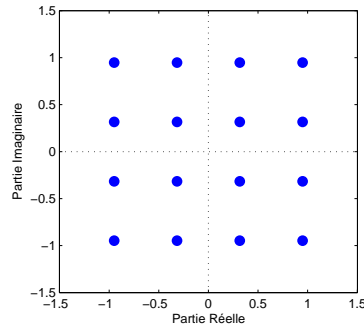


FIG. 4.5 – Constellation 16QAM carrée.

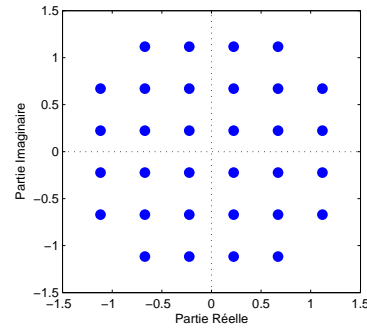


FIG. 4.6 – Constellation 32QAM croisée.

## 4.2 État de l'art

Cette section présente un état de l'art des techniques permettant la reconnaissance aveugle de la modulation. Nous exposons tout d'abord les méthodes dédiées aux communications mono-antennes SISO (Single-Input Single Output) puis celles consacrées aux communications multi-antennes.

### 4.2.1 Reconnaissance en contexte SISO

Considérons une communication mono-antenne ( $n_t = n_r = 1$ ) entre un émetteur et un récepteur parfaitement synchronisés. Lorsque le canal est non sélectif en temps et en fréquence, les échantillons reçus  $y(k)$  s'expriment en fonction des symboles émis  $s(k)$  sous la forme :

$$y(k) = \alpha e^{i\theta} s(k) + b(k) \quad (4.5)$$

où  $s(k)$  appartient à la constellation  $\mathcal{M} \in \Omega_M$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}^{+*}$  et  $\theta \in [-\pi, \pi[$  sont des facteurs respectivement d'amplitude et de phase et où  $b(k)$  est un bruit gaussien circulaire de loi  $\mathcal{N}_c(0, \sigma^2)$ . Les figures 4.7 et 4.8 exposent la constellation des échantillons reçus  $y(k)$  pour une communication utilisant une modulation QPSK et 16-QAM respectivement. L'influence des facteurs d'amplitude et de phase s'interprète respectivement comme une dilatation (ou contraction) et une rotation de la constellation des symboles  $s(k)$  alors que l'influence du bruit se traduit par une dispersion des échantillons par rapport à

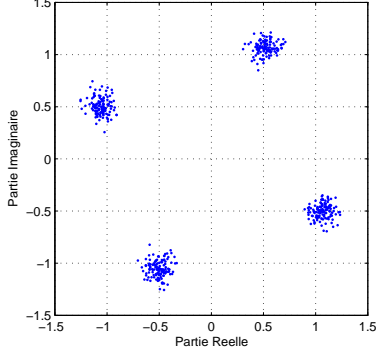


FIG. 4.7 – Exemple de constellation des échantillons reçus pour des symboles issus d'une modulation QPSK ( $N=512$ ,  $\text{SNR}=20\text{dB}$ ).

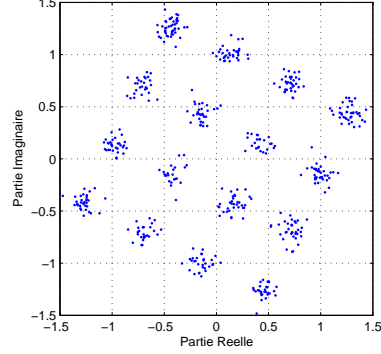


FIG. 4.8 – Exemple de constellation des échantillons reçus pour des symboles issus d'une modulation 16-QAM ( $N=512$ ,  $\text{SNR}=20\text{dB}$ ).

cette nouvelle constellation.

En contexte non-coopératif, la reconnaissance de modulation consiste à identifier en aveugle la constellation d'origine  $\mathcal{M}$  à partir d'une version dilatée, tournée et bruitée de celle-ci. Les algorithmes permettant de résoudre ce problème se différencient par leurs hypothèses (connaissance ou non de  $\alpha$ ,  $\theta$  et  $\sigma^2$ ), par les modulations discriminées et par le type d'approche utilisé. Nous présentons dans le paragraphe suivant un état de l'art des méthodes disponibles dans la littérature. Le lecteur intéressé par un état de l'art plus complet peut se référer à l'ouvrage de Azzouz [AN96] ou se réorienter vers la publication de Dobre [DBNS05].

#### 4.2.1.1 Approches par maximum de vraisemblance

Les approches par maximum de vraisemblance traitent le problème de reconnaissance de la modulation comme un test d'hypothèses composites. La modulation reconnue  $\widehat{\mathcal{M}}$  est celle qui maximise la fonction de vraisemblance  $\Lambda(\mathbf{y}|\mathcal{M}^{(j)}, \alpha, \theta, \sigma^2)$  par rapport à la modulation  $\mathcal{M}^{(j)}$ , c'est-à-dire :

$$\widehat{\mathcal{M}} = \arg \max_{\mathcal{M}^{(j)} \in \Theta_m} \log \left( \Lambda[\mathbf{y}|\mathcal{M}^{(j)}, \alpha, \theta, \sigma^2] \right) \quad (4.6)$$

où le vecteur  $\mathbf{y} = [y(0), \dots, y(N-1)]$  correspond aux échantillons reçus durant  $N$  instants et où  $\Theta_m$  désigne l'ensemble des modulations possibles. La fonction de vraisemblance dépend de plusieurs paramètres inconnus qui peuvent être traités différemment suivant le type d'approche utilisé.

**Test ALRT** : Le test Average Likelihood Ratio Tests (ALRT) traite les paramètres inconnus comme des variables aléatoires et s'applique lorsque leurs densités de proba-

bilité sont connues du récepteur. Les références [PK90], [PAP00] [WM00] et [DBNS05] exposent l'expression de la fonction de vraisemblance lorsque les symboles sont modélisés par une loi i.i.d et lorsque les autres paramètres sont parfaitement connus du récepteur. L'étude [DZBNS04] ajoute comme inconnue la phase  $\theta$  qui est décrite par une loi continue uniforme sur l'intervalle  $[-\pi, \pi[$ . La même étude considère également le cas où l'amplitude  $\alpha$  est modélisée par une loi de Rayleigh. Le test ALRT est optimal lorsque les paramètres inconnus sont correctement modélisés, toutefois il possède un coût calculatoire élevé [DBNS05]. Pour réduire sa complexité, plusieurs auteurs ont proposé des approches alternatives basées sur des approximations de la fonction de vraisemblance. Ces tests sous-optimaux appelés quasi-ALRT ont été notamment utilisés pour reconnaître la modulation lorsque les symboles et la phase  $\theta$  sont inconnus du récepteur [PK90] [LCP94] [HP95].

**Test GLRT** : Le test appelé Generalized Likelihood Ratio Tests (GLRT) traite les paramètres inconnus comme des quantités déterministes. Ce test approxime la fonction de vraisemblance en remplaçant les paramètres inconnus par leurs estimées. La référence [PAP00] considère le cas où les symboles émis et la phase  $\theta$  sont inconnus du récepteur. Ces deux quantités sont préalablement estimées par maximum de vraisemblance puis sont remplacées dans les fonctions de vraisemblance. Le test GLRT possède plusieurs avantages par rapport à l'ALRT : il est applicable à une plus grande variété d'environnement<sup>3</sup> et est généralement moins coûteux en calcul [DBNS05]. Cependant, ce test n'est pas optimal et présente des ambiguïtés lorsque les modulations à discriminer sont imbriquées (cas 2ASK et QPSK par exemple) [PAP00]. Ce problème est identique à celui observé dans le paragraphe 3.2.2.1 du chapitre précédent.

**Test HLRT** : Le test nommé Hybrid Likelihood Ratio Test (HLRT) combine à la fois l'approche ALRT et GLRT. Ce test traite une partie des inconnues comme des paramètres aléatoires et l'autre partie comme des quantités déterministes préalablement estimées. Dans [PAP00], les auteurs modélisent les symboles par des variables i.i.d et remplacent la phase par son estimateur du maximum de vraisemblance. Dans [ADC<sup>+</sup>04], la phase et l'amplitude sont estimées par la méthode des moments et les symboles sont modélisés par une loi uniforme. Dans les articles [HK01] et [HH02], les auteurs considèrent un récepteur multi-antennes pour reconnaître les modulations 2ASK et QPSK. Les symboles émis sont traités comme des variables i.i.d et les décalages de phase entre les différents récepteurs sont estimés par maximum de vraisemblance. La référence [DZBNS04] présente une méthode où les symboles sont modélisés par une loi i.i.d et où les facteurs d'amplitude  $\alpha$  et de phase  $\theta$  sont préalablement estimés par maximum de vraisemblance.

---

<sup>3</sup>L'ALRT modélise chaque paramètre inconnu par une distribution statistique ; ses performances sont directement liées à la qualité de la modélisation. A Contrario, le GLRT n'utilise pas de modélisation statistique.

#### 4.2.1.2 Approches par Outils de Reconnaissance de Formes

Les approches par outils de Reconnaissance de Formes (RdF) se composent d'une étape de caractérisation suivie d'une étape de classification. Plusieurs algorithmes de reconnaissance de la modulation utilisent des outils RdF ; nous les classons ici en fonction de leur étape de caractérisation.

**Caractérisation basée sur l'amplitude et la phase** : Dans l'ouvrage [AN96], les auteurs proposent plusieurs paramètres basés sur l'amplitude, la phase et la fréquence instantanée pour caractériser la modulation. Une fois extraits, ces paramètres sont utilisés en entrée d'un classifieur par arbre de décision ou d'un réseau de neurones pour reconnaître automatiquement la modulation. L'histogramme des différences de phases entre deux symboles adjacents a été utilisé dans plusieurs articles pour reconnaître le nombre d'états d'une modulation  $M$ -PSK [HS89] [HS90]. Dans ces études, la décision est réalisée en comparant l'histogramme avec différents modèles théoriques. Le caractère périodique de la densité de probabilité de la phase a également été exploité dans l'article [SMH95] où les auteurs proposent un algorithme basé sur la transformée de Fourier de l'histogramme de la phase pour identifier le nombre d'états d'une modulation  $M$ -PSK.

**Caractérisation basée sur les statistiques des signaux reçus** : Les statistiques des signaux reçus ont été exploitées par plusieurs auteurs pour reconnaître la modulation. Dans la référence [MB97], des combinaisons de moments sont utilisés pour caractériser la modulation. Les cumulants normalisés d'ordre 4 sont utilisés en entrée d'un classifieur par arbre de décision dans l'article [SS00]. Ces statistiques possèdent l'avantage d'être invariantes par rapport à l'amplitude  $\alpha$  et la phase  $\theta$ . Cette étude a été développée dans [GJD04b] où les cumulants d'ordre supérieur sont utilisés en entrée d'un classifieur SVM.

**Caractérisation basée sur des représentations temps-fréquences** : Plusieurs études exploitent le domaine temps-fréquence pour caractériser la modulation. Dans [GM03], différentes statistiques sont extraites à partir d'une représentation de Wigner-Ville pour discriminer des modulations PSK et QAM. Cette représentation nécessite toutefois de disposer d'un grand nombre d'échantillons. La décomposition en ondelettes a également été utilisée pour identifier le nombre d'états d'une modulations PSK [HPC00].

#### 4.2.2 Reconnaissance en contexte MIMO

En contexte MIMO, les symboles sont tout d'abord envoyés au codeur spatio-temporel puis transmis dans le canal de propagation via plusieurs antennes. Les figures 4.9 et 4.10 présentent la constellation des signaux  $y_1(k)$  et  $y_2(k)$  reçus sur deux antennes lorsque l'émetteur utilise  $n_t = 2$  antennes, une modulation QPSK et un codage de type Multiplexage Spatial. Nous pouvons remarquer que la constellation de chaque signal

reçu est composée d'un mélange de deux constellations QPSK.

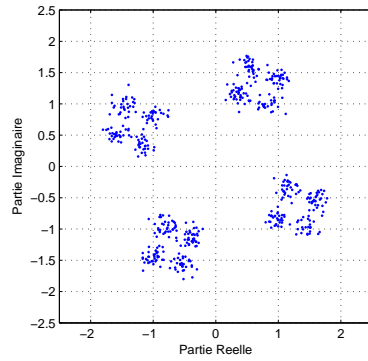


FIG. 4.9 – Constellation des échantillons reçus sur la première antenne. Communication MIMO (2,2) utilisant une modulation QPSK et un codage de type Multiplexage Spatial (N=512, SNR=20dB).

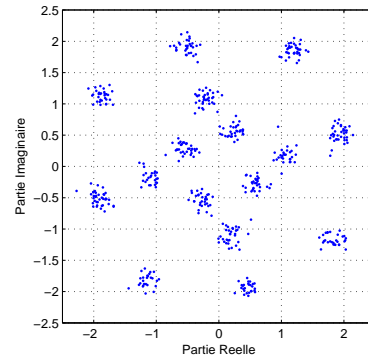


FIG. 4.10 – Constellation des échantillons reçus sur la seconde antenne. Communication MIMO (2,2) utilisant une modulation QPSK et un codage de type Multiplexage Spatial (N=512, SNR=20dB).

La reconnaissance de la modulation en contexte MIMO est une problématique peu traitée dans la littérature. A notre connaissance seul l'article [SBS00] aborde ce sujet. Cet article se place dans le contexte où  $n_r$  antennes réceptrices interceptent  $n_t < n_r$  signaux indépendants. La reconnaissance de la modulation s'effectue en trois étapes : les signaux reçus sur chaque antenne sont tout d'abord séparés par une Analyse en Composantes Indépendantes, la modulation de chaque signal séparé est ensuite caractérisée par des cumulants normalisés puis classifiée par un arbre de décision<sup>4</sup>. Notons que le contexte de cette étude est différent de celui traité dans ce chapitre car les signaux émis sont considérés indépendants et provenant de modulations potentiellement différentes. Dans notre contexte, les échantillons émis sur chaque antenne proviennent du même flux de symboles, transmis dans le domaine spatio-temporel au moyen d'un codage  $\mathcal{C}$ . La constellation que nous désirons identifier est celle des symboles envoyés au codeur et non celle des échantillons émis sur chaque antenne<sup>5</sup>. Dans les sections suivantes, nous proposons de séparer la problématique en deux suivant le codage utilisé. La section 4.3 traite le cas spécifique du Multiplexage Spatial. Pour ce codage, la constellation des échantillons transmis sur chaque antenne correspond à la constellation des symboles transmis au codeur spatio-temporel. La section 4.4 aborde le cas plus général des codages STBC.

<sup>4</sup>Les deux dernières étapes ont été initialement proposées dans l'article [SS00] pour identifier la modulation dans un contexte mono-antenne

<sup>5</sup>La constellation des symboles envoyés au codeur spatio-temporel ne correspond pas systématiquement à celle des échantillons émis sur les différentes antennes. Par exemple, les codages OSTBC de rendement  $\frac{3}{4}$  introduisent l'élément 0 qui n'appartient pas aux constellations MASK, MPSK et MQAM

### 4.3 Reconnaissance en contexte MIMO : Multiplexage Spatial

Le Multiplexage Spatial est un codage spatio-temporel privilégiant le débit : les  $n_t$  éléments d'un bloc de symboles  $S$  sont transmis simultanément via les  $n_t$  antennes émettrices sans redondance temporelle. Le modèle de signal de la communication s'obtient en posant  $\mathbf{C}(S) = S$  et  $k_1 = 0$  dans l'équation (4.1) et (4.2).

$$Y(k) = \mathbf{H}S_k + B(k) \quad (4.7)$$

où  $S_k = [s_1(k), \dots, s_{n_t}(k)]^T$  représente les symboles transmis à l'instant  $k$ . Pour reconnaître la modulation, nous proposons d'adopter une approche par maximum de vraisemblance. La modulation reconnue  $\widehat{\mathcal{M}}$  est alors celle qui maximise la fonction de vraisemblance par rapport à la modulation, c'est-à-dire :

$$\widehat{\mathcal{M}} = \arg \max_{\mathcal{M}_{(j)} \in \Theta_m} \log(\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{M}_{(j)}, \mathbf{H}, \sigma^2]) \quad (4.8)$$

où  $\Lambda(\mathbf{Y}|\mathcal{M}_{(j)}, \mathbf{H}, \sigma^2)$  est la fonction de vraisemblance associée à la constellation  $\mathcal{M}_{(j)}$  sachant que le canal et la variance du bruit sont respectivement donnés par  $\mathbf{H}$  et  $\sigma^2$ . Dans les sous-sections suivantes nous présentons l'expression de la fonction de vraisemblance lorsque le canal est connu du récepteur. L'intérêt de traiter ce cas idéal réside dans les performances de la méthode qui, sous certaines conditions, possède la propriété d'être optimale au sens bayésien. Ensuite, nous développons une technique pour approximer cette fonction lorsque le canal est inconnu du récepteur.

#### 4.3.1 Approches avec connaissance du canal

La fonction de vraisemblance dépend du bruit additif et des symboles émis. Ces deux variables aléatoires sont respectivement modélisées par une loi gaussienne  $\mathcal{N}_c(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r})$  et une loi uniforme discrète. Nous présentons dans un premier temps l'expression de la fonction de vraisemblance ALRT. Nous présentons ensuite un test quasi-ALRT, nommé qALRT, permettant de réduire la complexité du test ALRT.

##### 4.3.1.1 Test ALRT (ALRT-MS)

La fonction de vraisemblance ALRT s'obtient en posant  $\mathbf{C}(S) = S$  dans l'équation (3.23). Elle s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned} \log(\Lambda^A[\mathbf{Y}|\mathcal{M}_{(j)}, \mathbf{H}, \sigma^2]) &= -Nn_r \log(\pi\sigma^2) - n_t N \log(M_{(j)}) \\ &+ \sum_{k=0}^{N-1} \log \left( \sum_{S \in \mathcal{M}_{(j)}} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \|Y(k) - \mathbf{H}S\|_F^2 \right] \right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

La méthode de reconnaissance par test ALRT est résumée par l'algorithme 8. Cette méthode est optimale lorsque les paramètres aléatoires sont correctement modélisés

mais possède un coût calculatoire élevé. En effet, le calcul de la fonction de vraisemblance associé à une constellation  $\mathcal{M}_{(j)}$  nécessite entre autre le calcul de  $NM_{(j)}^{n_t}$  termes exponentiels. Dans le paragraphe suivant, nous présentons une approche alternative permettant de réduire le nombre de calculs.

<pre> <b>Entrées :</b> <math>\mathbf{Y}, \mathbf{H}, \sigma^2, \Theta_m</math> <b>Sorties :</b> <math>\widehat{M}</math> 1 <b>début</b> 2   <math>\Lambda_{max} \leftarrow -\infty;</math> 3   <b>pour</b> <math>\mathcal{M}_{(j)} \in \Theta_m</math> <b>faire</b> 4     calcul de <math>\Lambda</math> avec l'équation (4.9); 5     <b>si</b> <math>\Lambda &gt; \Lambda_{max}</math> <b>alors</b> 6       <math>\Lambda_{max} \leftarrow \Lambda;</math> 7       <math>\widehat{M} \leftarrow \mathcal{M}_{(j)}</math> 8     <b>fin</b> 9   <b>fin</b> 10 <b>fin</b> </pre>
--

**Algorithme 8** : Reconnaissance de la modulation par test ALRT-MS.

#### 4.3.1.2 Test quasi-ALRT (qALRT-MS)

Sous l'hypothèse que la matrice pseudo-inverse du canal  $\mathbf{H}^\dagger$  existe, il est possible de séparer les signaux reçus. En utilisant l'équation (4.7), nous obtenons :

$$\mathbf{H}^\dagger \mathbf{Y}(k) = S_k + \mathbf{H}^\dagger B(k)$$

Les signaux séparés sont affectés par un bruit additif gaussien circulaire  $\mathcal{N}_c(0, \Sigma)$  de matrice de covariance  $\Sigma = \sigma^2 \mathbf{H}^\dagger (\mathbf{H}^\dagger)^H$ . Pour simplifier la recherche de la modulation, nous proposons de découpler le système en négligeant la corrélation spatiale du bruit, c'est-à-dire en approximant la matrice  $\Sigma$  par sa diagonale notée  $\text{diag}(\Sigma)$ . Le système MIMO est alors découplé en  $n_t$  systèmes SISO indépendants. En notant  $[y_1^d(k), \dots, y_{n_t}^d(k)]^T = \mathbf{H}^\dagger \mathbf{Y}(k)$  et  $\Sigma_{uu}$  le  $u^e$  élément diagonal de la matrice  $\Sigma = \sigma^2 \mathbf{H}^\dagger (\mathbf{H}^\dagger)^H$ , chaque système SISO s'exprime sous la forme :

$$y_u^d(k) = s_u(k) + b_u(k) \quad (4.10)$$

où  $s_u(k)$  correspond au  $k^e$  symbole émis sur la  $u^e$  antenne et  $b_u(k)$  suit une loi  $\mathcal{N}_c(0, \Sigma_{uu})$ . La fonction de vraisemblance quasi-ALRT  $\Lambda^{qA}[\mathbf{Y}|\mathcal{M}_{(j)}, \mathbf{H}, \sigma^2]$  s'obtient en traitant les différents systèmes SISO par une approche ALRT. Comme ces systèmes sont indépendants, nous obtenons :

$$\log(\Lambda^{qA}[\mathbf{Y}|\mathcal{M}_{(j)}, \mathbf{H}, \sigma^2]) = \sum_{u=1}^{n_t} \log(\Lambda^A[\mathbf{y}_u^d|\mathcal{M}_{(j)}, \Sigma_{uu}]) \quad (4.11)$$



avec  $\mathbf{y}_u^d = [y_u^d(0), \dots, y_u^d(N-1)]$  et où  $\Lambda^A[\mathbf{y}_u^d | \mathcal{M}_{(j)}, \Sigma_{uu}]$  désigne la fonction de vraisemblance ALRT associée à la modulation  $\mathcal{M}_{(j)}$ . Après calculs, la fonction de vraisemblance quasi-ALRT s'exprime par la relation :

$$\begin{aligned} \log(\Lambda^{qA}[\mathbf{Y} | \mathcal{M}_{(j)}, \mathbf{H}, \sigma^2]) &= -N \sum_{u=1}^{n_t} \log(\pi \Sigma_{uu} M_{(j)}) \\ &+ \sum_{u=1}^{n_t} \sum_{k=0}^{N-1} \log \left( \sum_{s \in \mathcal{M}_{(j)}} \exp \left[ -\frac{|y_u^d(k) - s|^2}{\Sigma_{uu}} \right] \right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Finalement, l'approche quasi-ALRT s'obtient en remplaçant l'équation (4.9) par l'équation (4.12) dans l'algorithme 8. Cette approche sous-optimale est moins coûteuse en calcul que l'ALRT. En effet, la fonction de vraisemblance quasi-ALRT associée à une constellation  $\mathcal{M}_{(j)}$  est composée de  $N n_t M_{(j)}$  termes exponentiels, soit une division de  $M_{(j)}^{n_t-1}/n_t$  termes par rapport à l'approche ALRT.

### 4.3.2 Approches sans connaissance du canal

Lorsque la matrice de canal est inconnue du récepteur, les approches HLRT et quasi-HLRT approximent les fonctions de vraisemblance en remplaçant  $\mathbf{H}$  par son estimé  $\hat{\mathbf{H}}$ . Dans le paragraphe suivant, nous proposons une technique d'estimation du canal basée sur une Analyse en Composantes Indépendantes et une étape de correction de phase. Nous montrons ensuite que les ambiguïtés liées à l'estimation du canal n'ont aucune influence sur les valeurs des fonctions de vraisemblance.

#### 4.3.2.1 Estimation de la matrice de canal

Pour estimer la matrice de canal, les informations disponibles coté récepteur sont le nombre de signaux émis et le fait que les symboles émis sont i.i.d et de variance unitaire ( $E[S_k S_k^H] = \sigma^2 \mathbf{I}_{n_t}$ ). Sous ces hypothèses et sous réserve que  $\mathbf{H}$  soit inversible, l'Analyse en Composantes Indépendantes (ACI) [HKO01] permet l'estimation de la matrice de canal à un facteur de permutation et de phase près. Le canal estimé  $\hat{\mathbf{H}}$  s'exprime en fonction des indéterminations sous la forme :

$$\hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{H}}_n \mathbf{D} \mathbf{P} \quad (4.13)$$

où  $\hat{\mathbf{H}}_n$  est la matrice de taille  $n_r \times n_t$  obtenue par l'ACI,  $\mathbf{P}$  une matrice de permutation et  $\mathbf{D}$  une matrice diagonale contenant les indéterminations de phase ( $E[\mathbf{D} \mathbf{D}^H] = \mathbf{I}_{n_t}$ ).

L'indétermination de phase peut être en partie levée en séparant les signaux reçus et en exploitant les hypothèses de modulation. Lorsque la séparation est parfaite  $\hat{\mathbf{H}}^\dagger \mathbf{H} = \mathbf{I}_{n_t}$  et les signaux séparés  $\mathbf{Y}^I(k) = [y_1^I(k), \dots, y_{n_t}^I(k)]$  s'expriment en fonction

des symboles émis sous la forme :

$$Y^I(k) = \hat{\mathbf{H}}_n^\dagger Y(k) \quad (4.14)$$

$$= \mathbf{D}\mathbf{P}S_{k+k_1} + \hat{\mathbf{H}}_n^\dagger B(k) \quad (4.15)$$

Ce système peut se réécrire sous forme mono-dimensionnelle comme suit :

$$y_u^I(k) = e^{j\theta_u} s_v(k) + b_u(k) \quad (4.16)$$

où  $e^{j\theta_u}$  désigne le  $u^e$  élément diagonal de la matrice  $\mathbf{D}$ ,  $s_v(k)$  correspond au symbole envoyé sur la  $v^e$  antenne à l'instant  $k$  et où  $b_u(k)$  suit une loi gaussienne circulaire de moyenne nulle. Pour illustrer l'étape de séparation, les figures 4.11(a) et 4.11(b) présentent la constellation des échantillons  $y_1(k)$  et  $y_2(k)$  provenant d'une communication MIMO (2,2) QPSK ( $N = 512$ ,  $SNR = 20dB$ ). Les figures 4.11(c) et 4.11(d) affichent la constellation des échantillons séparés  $y_1^I(k)$  et  $y_2^I(k)$  obtenus en appliquant l'algorithme JADE [CS93]. Nous constatons que la constellation des échantillons  $y_1^I(k)$  et  $y_2^I(k)$  correspond à la constellation QPSK décalée en phase d'un facteur  $e^{j\theta_u}$ .

En utilisant l'hypothèse de modulation, il est possible de lever en partie l'ambiguïté de phase en tournant la constellation des signaux séparés de manière à la faire coïncider avec la constellation d'origine. Une estimation  $\hat{\theta}_u$  de la phase s'obtient en exploitant les moments d'ordre  $q$  des échantillons  $y_u^I(k)$  [MdJ94] :

$$\hat{\theta}_u = \frac{1}{q} \phi \left( E[s^{*q}] \sum_{k=0}^{N-1} (y_u^I(k))^q \right) \quad (4.17)$$

où l'ordre  $q$  est déterminé à partir des propriétés de symétrie de la constellation d'origine  $\mathcal{M}_{(j)}$ . Cet ordre est égal à l'entier le plus élevé pour lequel la constellation  $\mathcal{M}_{(j)}$  est symétrique par rotation d'angle  $2\pi/q$ , soit  $q = 2$  pour les constellations MASK,  $q = 4$  pour les constellations MQAM et  $q = M$  pour les constellations MPSK. Les figures 4.11(e) et 4.11(f) présentent la constellation des échantillons séparés après correction de phase, c'est-à-dire  $y_1^I(k)e^{-j\hat{\theta}_1}$  et  $y_2^I(k)e^{-j\hat{\theta}_2}$ . La correction permet d'adapter la constellation des signaux à celle des symboles émis. Remarquons qu'indépendamment de la technique d'estimation utilisée il n'est pas possible de lever complètement l'indétermination de phase puisque la constellation des symboles présente une symétrie par rotation d'ordre  $2\pi/q$ .

Finalement sous l'hypothèse d'une modulation  $\mathcal{M}_{(j)}$ , l'estimation de la matrice de canal  $\hat{\mathbf{H}}$  s'exprime après correction de phase sous la forme :

$$\hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{H}}_n \hat{\mathbf{D}}_{\mathcal{M}_{(j)}} \mathbf{D}_q \mathbf{P} \quad (4.18)$$

où  $\hat{\mathbf{H}}_n$  correspond à l'estimation du canal par Analyse en Composantes Indépendantes,  $\mathbf{P}$  est une matrice de permutation et où les matrices diagonales  $\hat{\mathbf{D}}_{\mathcal{M}_{(j)}}$  et  $\mathbf{D}_q$  s'expriment

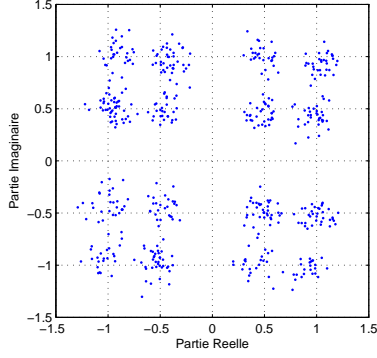
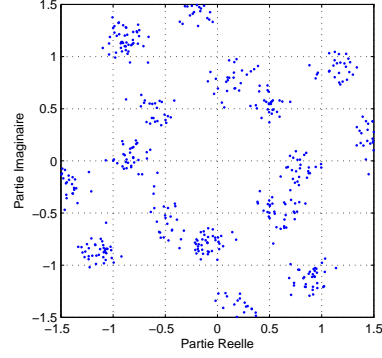
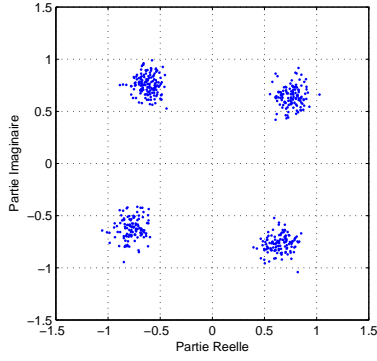
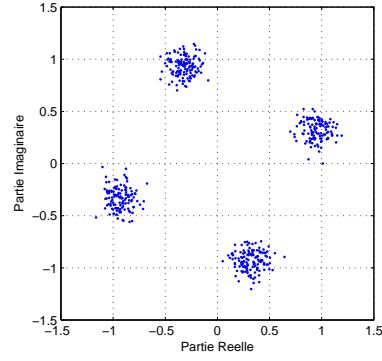
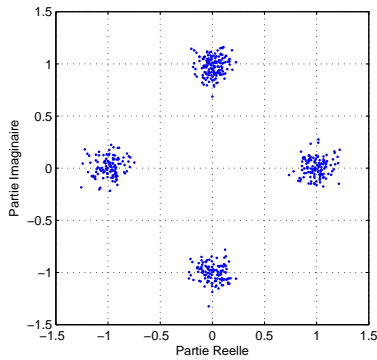
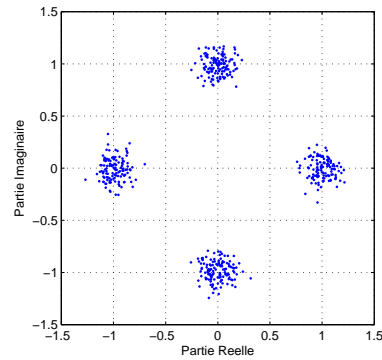
(a) Constellation de  $y_1(k)$ (b) Constellation de  $y_2(k)$ (c) Constellation de  $y_1^I(k)$ (d) Constellation de  $y_2^I(k)$ (e) Constellation de  $e^{-j\hat{\theta}_1} y_1^I(k)$ (f) Constellation de  $e^{-j\hat{\theta}_2} y_2^I(k)$ 

FIG. 4.11 – Communication MIMO (2,2) QPSK avec Multiplexage Spatial. Constellations des échantillons reçus (a)(b), des composantes séparées avant (c)(d) et après correction de phase (e)(f). Après traitements, il reste une indétermination de  $\frac{\pi}{4}$ .

sous la forme :

$$\hat{\mathbf{D}}_{\mathcal{M}_{(j)}} = \begin{pmatrix} e^{j\hat{\theta}_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & e^{j\hat{\theta}_{n_t}} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{D}_q = \begin{pmatrix} e^{2j\pi \frac{\kappa_1}{q}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & e^{2j\pi \frac{\kappa_{n_t}}{q}} \end{pmatrix}$$

où  $q$  dépend des propriétés de symétrie par rotation de la constellation  $\mathcal{M}_{(j)}$ ,  $\hat{\theta}_u$  s'obtient à partir de l'équation (4.17) et où  $\kappa_u$  est un entier inconnu appartenant à l'ensemble discret et fini  $[0, \dots, q-1]$ . En résumé les deux indéterminations, après correction de phase, sont la matrice de permutation  $\mathbf{P}$  et de la matrice diagonale  $\mathbf{D}_q$ . Nous montrons dans les paragraphes suivants que ces indéterminations ne modifient pas les valeurs des fonctions de vraisemblance.

#### 4.3.2.2 Test HLRT (HLRT-MS) : Influence des indéterminations

Le test HLRT pour les communications utilisant un codage de type Multiplexage Spatial s'obtient en remplaçant la matrice de canal par son estimé  $\hat{\mathbf{H}}$  dans les fonctions de vraisemblance ALRT.

Sous l'hypothèse d'une modulation  $\mathcal{M}_{(j)}$  symétrique par rotation d'angle  $2\pi/q$ , l'estimation du canal présente deux ambiguïtés représentées par les matrices  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{D}_q$ . En utilisant les équations (4.9) et (4.18), nous remarquons que ces matrices interviennent dans le calcul de la fonction de vraisemblance HLRT, notée  $\Lambda^H[\mathbf{Y}|\mathcal{M}_{(j)}, \mathbf{H}, \sigma^2]$ , via les termes :

$$\sum_{S \in \mathcal{M}_{(j)}^{n_t}} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \| Y(k) - \hat{\mathbf{H}}_n \hat{\mathbf{D}}_{\mathcal{M}_{(j)}} \mathbf{D}_q \mathbf{P} S \|_F^2 \right] \quad (4.19)$$

L'influence des matrices  $\mathbf{D}_q$  et  $\mathbf{P}$  peut être négligée en exploitant les propriétés de bijection de l'application  $\nu(S) \rightarrow \mathbf{D}_q \mathbf{P} S$ . En effet comme  $\mathbf{P}$  est une matrice de permutation et  $\mathcal{M}_{(j)}$  une constellation symétrique d'angle  $2\pi/q$ , l'application  $\nu(S)$  est une bijection de l'ensemble  $\mathcal{M}_{(j)}^{n_t}$  vers lui-même et le calcul de la somme dans l'équation (4.19) peut s'effectuer directement en posant  $\mathbf{D}_q \mathbf{P} = \mathbf{I}_{n_t}$ . Cette manipulation change uniquement l'ordre des différents éléments de la somme et préserve son résultat. La fonction de vraisemblance dépend alors uniquement de quantités connues ou préalablement estimées, cette propriété est résumée par le théorème suivant :

**Théorème 4.1** *Soit  $\hat{\mathbf{H}}_n$  la matrice de canal estimée par Analyse en Composantes Indépendantes et  $\hat{\mathbf{D}}_{\mathcal{M}_{(j)}}$  la matrice de correction de phase obtenue en exploitant l'hypothèse de la modulation  $\mathcal{M}_{(j)}$ . La matrice de canal estimée  $\hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{H}}_n \hat{\mathbf{D}}_{\mathcal{M}_{(j)}} \mathbf{D}_q \mathbf{P}$  présente une indétermination d'ordre  $\mathbf{P}$  et de phase  $\mathbf{D}_q$  qui ne modifient pas la fonction de vraisemblance HLRT, c'est à dire :*

$$\Lambda^H[\mathbf{Y}|\mathcal{M}_{(j)}, \hat{\mathbf{H}}, \sigma^2] = \Lambda^H[\mathbf{Y}|\mathcal{M}_{(j)}, \hat{\mathbf{H}}_n \hat{\mathbf{D}}_{\mathcal{M}_{(j)}}, \sigma^2] \quad (4.20)$$

La méthode de reconnaissance de la modulation HLRT est résumée par l'algorithme 9.

<p><b>Entrées :</b> <math>\mathbf{Y}, \sigma^2, \Theta_m</math>  <b>Sorties :</b> <math>\widehat{M}</math></p> <pre> 1 <b>début</b> 2   estimation de <math>\widehat{\mathbf{H}}_n</math> via un algorithme d'Analyse en Composantes     Indépendantes; 3   <math>\Lambda_{max} \leftarrow -\infty</math>; 4   <b>pour</b> <math>\mathcal{M}_{(j)} \in \Theta_m</math> <b>faire</b> 5     calcul de <math>\widehat{\mathbf{D}}_{\mathcal{M}_{(j)}}</math> avec l'équation (4.17); 6     calcul de <math>\Lambda</math> avec l'équation (4.9) en posant <math>\mathbf{H} = \widehat{\mathbf{H}}_n \widehat{\mathbf{D}}_{\mathcal{M}_{(j)}}</math>; 7     <b>si</b> <math>\Lambda &gt; \Lambda_{max}</math> <b>alors</b> 8       <math>\Lambda_{max} \leftarrow \Lambda</math>; 9       <math>\widehat{M} \leftarrow \mathcal{M}_{(j)}</math> 10    <b>fin</b> 11  <b>fin</b> 12 <b>fin</b> </pre>
--

**Algorithme 9 :** Reconnaissance de la modulation par test HLRT-MS.

#### 4.3.2.3 Test quasi-HLRT (qHLRT-MS) : Influence des indéterminations

Le test quasi-HLRT s'obtient en remplaçant  $\mathbf{H}$  par son estimé  $\widehat{\mathbf{H}}$  dans les fonctions de vraisemblance quasi-ALRT.

Sous l'hypothèse d'une séparation parfaite et en utilisant l'équation (4.18), les signaux séparés s'expriment en fonction des indéterminations  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{D}_q$  sous la forme :

$$\widehat{\mathbf{H}}^\dagger Y(k) = \mathbf{P}^T \mathbf{D}_q^* \widehat{\mathbf{D}}_{\mathcal{M}_{(j)}}^* \widehat{\mathbf{H}}_n^\dagger Y(k) \quad (4.21)$$

En notant  $\widehat{\mathbf{H}}^\dagger Y(k) = [y_1^d(k), \dots, y_{n_t}^d(k)]^T$  et  $\widehat{\mathbf{D}}_{\mathcal{M}_{(j)}}^* \widehat{\mathbf{H}}_n^\dagger Y(k) = [y_1^I(k), \dots, y_{n_t}^I(k)]^T$ , l'égalité précédente se réécrit :

$$y_u^d(k) = e^{-2j\pi\kappa_v/q} y_v^I(k) \quad (4.22)$$

La fonction de vraisemblance quasi-HLRT  $\Lambda^{qH}[\mathbf{Y}|\mathcal{M}_{(j)}, \mathbf{H}, \sigma^2]$  est calculée en remplaçant la matrice de canal par son estimée dans le test quasi-ALRT. En notant  $\Sigma_{uu}^{(n)}$  le  $u^{eme}$  élément diagonal de la matrice  $\sigma^2 \widehat{\mathbf{H}}_n^\dagger (\widehat{\mathbf{H}}_n^\dagger)^H$ , la fonction de vraisemblance quasi-HLRT

s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned}
\log \left( \Lambda^{qH} [\mathbf{Y} | \mathcal{M}_{(j)}, \hat{\mathbf{H}}, \sigma^2] \right) &= \sum_{u=1}^{n_t} \log \left( \Lambda^H [\mathbf{y}_u^d | \mathcal{M}_{(j)}, \Sigma_{uu}] \right) \\
&= \sum_{v=1}^{n_t} \log \left( \Lambda^H [e^{-2j\pi\kappa_v/q} \mathbf{y}_v^I(k) | \mathcal{M}_{(j)}, \Sigma_{vv}^{(n)}] \right) \\
&= \sum_{v=1}^{n_t} \log \left( \Lambda^H [\mathbf{y}_v^I(k) | \mathcal{M}_{(j)}, \Sigma_{uu}^{(n)}] \right) \tag{4.23}
\end{aligned}$$

où  $\mathbf{y}_v^I = [y_v^I(0), \dots, y_v^I(N-1)]^T$ . Le passage de la première à la seconde ligne est réalisé en permutant les éléments de la somme<sup>6</sup>. Le passage à la troisième ligne s'effectue en remarquant que la modulation  $\mathcal{M}_{(j)}$  est symétrique par rotation d'angle  $2\pi/q$ . Finalement en utilisant la dernière équation, nous obtenons le théorème suivant :

**Théorème 4.2** *Soit  $\hat{\mathbf{H}}_n$  la matrice de canal estimée par Analyse en Composantes Indépendantes et  $\hat{\mathbf{D}}_{\mathcal{M}_{(j)}}$  la matrice de correction de phase obtenue en exploitant l'hypothèse de la modulation  $\mathcal{M}_{(j)}$ . La matrice de canal estimée  $\hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{H}}_n \hat{\mathbf{D}}_{\mathcal{M}_{(j)}} \mathbf{D}_q \mathbf{P}$  présente des indéterminations d'ordre  $\mathbf{P}$  et de phase  $\mathbf{D}_q$  qui ne modifient pas la fonction de vraisemblance quasi-HLRT, c'est-à-dire :*

$$\Lambda^{qH} [\mathbf{Y} | \mathcal{M}_{(j)}, \hat{\mathbf{H}}, \sigma^2] = \Lambda^{qH} [\mathbf{Y} | \mathcal{M}_{(j)}, \hat{\mathbf{H}}_n \hat{\mathbf{D}}_{\mathcal{M}_{(j)}}, \sigma^2] \tag{4.24}$$

Finalement, la méthode de reconnaissance par test quasi-HLRT s'obtient en remplaçant l'équation (4.9) par l'équation (4.12) dans l'algorithme 9.

Dans cette section, nous avons proposé une approche ALRT et quasi-ALRT pour reconnaître la modulation lorsque la matrice de canal est connue du récepteur. La première approche est optimale au sens bayésien alors que la seconde, sous optimale, utilise une approximation destinée à réduire le nombre de calculs. Lorsque le canal est inconnu du récepteur, nous avons proposé deux extensions de ces approches nommées HLRT et quasi-HLRT. Ces deux approches estiment dans un premier temps la matrice de canal via une Analyse en Composantes Indépendantes et une étape de correction de phase puis utilisent cette estimation dans les tests ALRT ou quasi-ALRT.

Même si les approches présentées dans cette section sont initialement développées pour des communications utilisant un codage de type Multiplexage Spatial, elles peuvent être appliquées à d'autres types de codage. En effet pour certains codages tels que le codage d'Alamouti, l'OSTBC3 de rendement  $\frac{1}{2}$  où les codes quasi-Orthogonaux, la constellation des échantillons émis sur chaque antenne correspond à la constellation des symboles à transmettre. Il est alors possible d'utiliser les méthodes HLRT et quasi-HLRT en relâchant l'hypothèse du codage c'est-à-dire en traitant les signaux reçus comme ceux

<sup>6</sup>La permutation s'effectue en multipliant  $\hat{\mathbf{H}}^\dagger Y(k)$  par  $\mathbf{P}$ . En ce qui concerne la variance du bruit, nous obtenons la relation  $\text{diag}(\mathbf{P} \hat{\mathbf{H}}^\dagger (\hat{\mathbf{H}}^\dagger)^H \mathbf{P}^T) = \text{diag}(\mathbf{D}_q^* \hat{\mathbf{H}}_n^\dagger (\hat{\mathbf{H}}_n^\dagger)^H \mathbf{D}_q) = \text{diag}(\hat{\mathbf{H}}_n^\dagger (\hat{\mathbf{H}}_n^\dagger)^H)$ .

issus d'un codage de type Multiplexage Spatial. L'approche ALRT ne possède plus la propriété d'optimalité dans ce contexte car elle ne tient pas compte de la structure spatio-temporelle des signaux émis. Nous montrons dans la section suivante que la connaissance du codage se révèle très profitable pour identifier la modulation.

#### 4.4 Reconnaissance dans un contexte MIMO : codage STBC

Dans cette section, nous considérons le cas général des communications MIMO utilisant un codage spatio-temporel linéaire. Le codage spatio-temporel est supposé connu ou préalablement estimé par le récepteur (voir chapitre 3). Pour simplifier les calculs théoriques, nous admettons que le récepteur reçoit un nombre entier de blocs spatio-temporels<sup>7</sup>, c'est-à-dire  $k_1 = 0$  et  $N \bmod l = 0$ , et nous adoptons une notation par blocs de la communication.

Soit  $\mathbf{Y}_v = [Y(vl), \dots, Y((v+1)l-1)]$  la matrice de taille  $n_r \times l$  correspondant au  $v^{eme}$  bloc reçu et  $\mathbf{B}_v = [B(vl), \dots, B((v+1)l-1)]$  la matrice de taille  $n_r \times l$  contenant les échantillons du bruit additif, les blocs reçus  $\mathbf{Y}_v$  s'expriment sous la forme :

$$\mathbf{Y}_v = \mathbf{H}\mathbf{C}(S_v) + \mathbf{B}_v \quad (4.25)$$

où  $\mathbf{C}(S)$  est une matrice de taille  $n_t \times l$  qui correspond au bloc transmis lorsque le vecteur de symbole  $S = [s_1, \dots, s_n]^T$  est envoyé au codeur spatio-temporel. Pour les codes STBC linéaires, cette matrice est définie par la relation (voir section 3.1.1) :

$$\mathbf{C}(S) = \sum_{w=1}^n \left( \mathbf{E}_w \Re(s_w) + i\mathbf{F}_w \Im(s_w) \right) \quad (4.26)$$

Nous proposons d'adopter une approche par maximum de vraisemblance pour reconnaître la modulation des symboles  $S$ . La modulation reconnue  $\widehat{\mathcal{M}}$  est alors celle qui maximise la fonction de vraisemblance par rapport à la modulation, c'est-à-dire :

$$\widehat{\mathcal{M}} = \arg \max_{\mathcal{M}_{(j)} \in \Theta_m} \log(\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{M}_{(j)}, \mathbf{H}, \sigma^2, \mathcal{C}]) \quad (4.27)$$

où  $\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{M}_{(j)}, \mathbf{H}, \sigma^2, \mathcal{C}]$  désigne la fonction de vraisemblance associée à la modulation  $\mathcal{M}_{(j)}$  sachant que la matrice de canal et la variance du bruit sont respectivement données par  $\mathbf{H}$  et  $\sigma^2$  et que l'émetteur utilise le codage  $\mathcal{C}$ .

L'expression de la fonction de vraisemblance est présentée dans le paragraphe suivant. Nous exposons ensuite une technique pour approximer cette fonction lorsque le canal est inconnu du récepteur.

---

<sup>7</sup>Remarquons qu'il est toujours possible de revenir à ce système lorsque  $k_1$  est connu en tronquant les colonnes de la matrice  $\mathbf{Y}$  de manière à obtenir un nombre entier de blocs spatio-temporels.

#### 4.4.1 Avec connaissance du canal : test ALRT (ALRT-C)

La fonction de vraisemblance  $\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{M}_{(j)}, \mathbf{H}, \sigma^2]$  dépend du bruit additif et des symboles émis. Sous l'hypothèse que le bruit suit une loi gaussienne circulaire  $N_c(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r})$  et que les symboles émis sont i.i.d, la fonction de vraisemblance ALRT s'obtient en posant  $k_1 = 0$  et  $N_{\text{mod}} = 0$  dans l'équation (3.23)

$$\begin{aligned} \log(\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{M}_{(j)}, \mathbf{H}, \sigma^2, \mathcal{C}]) &= -\left(\frac{Nn}{l}\right) \log(M_{(j)}) - (Nn_r) \log(\pi\sigma^2) \\ &+ \sum_{v=0}^{\frac{N}{l}-1} \log\left(\sum_{S \in \mathcal{M}_{(j)}^n} \exp\left[-\frac{1}{\sigma^2} \|\mathbf{Y}_v - \mathbf{H}\mathbf{C}(S)\|_F^2\right]\right) \end{aligned} \quad (4.28)$$

La fonction de vraisemblance fait intervenir  $\frac{N}{l}M_{(j)}^n$  termes exponentiels ce qui rend difficile son calcul lorsque le nombre d'états de la modulation  $M_{(j)}$  et/ou lorsque le nombre de symboles par bloc est élevé. En posant  $k_1 = 0$  et  $N_{\text{mod}} = 0$  dans l'équation (3.24), cette fonction se simplifie pour les codes orthogonaux sous la forme :

$$\begin{aligned} \log(\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{M}_{(j)}, \mathbf{H}, \sigma^2, \mathcal{C}]) &= -\left(\frac{Nn}{l}\right) \log(M_{(j)}) - (Nn_r) \log(\pi\sigma^2) - \frac{1}{\sigma^2} \|\mathbf{Y}\|_F^2 \\ &+ \sum_{v=0}^{\frac{N}{l}-1} \sum_{w=1}^n \log\left(\sum_{s \in \mathcal{M}_{(j)}} \exp\left[-\frac{1}{\sigma^2} q_w(\mathbf{Y}_v, \mathbf{H}, s)\right]\right) \end{aligned} \quad (4.29)$$

où :

$$\begin{aligned} q_w(\mathbf{Y}_v, \mathbf{H}, s) &= -2\Re\left(\text{Tr}[\mathbf{Y}^H \mathbf{H} \mathbf{E}_w^{(j)}]\right) \Re(s_w) + 2\Im\left(\text{Tr}[\mathbf{Y}^H \mathbf{H} \mathbf{F}_w^{(j)}]\right) \Im(s_w) \\ &+ \beta |s_w|^2 \|\mathbf{H}\|_F^2 \end{aligned} \quad (4.30)$$

L'équation précédente montre que la fonction de vraisemblance se compose de  $n \frac{N}{l} M_{(j)}$  termes exponentiels pour les codes OSTBC, soit une division de  $M_{(j)}^{n-1}/n$  termes par rapport à un codage d'un autre type. La méthode de reconnaissance de la modulation ALRT est résumée par l'algorithme 10.

#### 4.4.2 Sans connaissance du canal : Test HLRT (HLRT-C)

Dans cette sous-section, nous proposons une approche hybride (HLRT) pour identifier la modulation lorsque la matrice de canal  $\mathbf{H}$  est inconnue du récepteur. L'approche hybride approxime la fonction de vraisemblance en remplaçant la matrice de canal par son estimée. Dans le paragraphe suivant, nous présentons un état de l'art des techniques d'estimation du canal. Ces méthodes permettent d'estimer le canal à un signe près lorsque l'identification du canal est possible. Nous montrons ensuite que l'indétermination de signe n'affecte pas les valeurs des fonctions de vraisemblance.



<p><b>Entrées :</b> <math>\mathbf{Y}, \mathbf{H}, \mathcal{C}, \sigma^2, \Theta_m</math>  <b>Sorties :</b> <math>\widehat{M}</math></p> <pre> 1 début 2   <math>\Lambda_{max} \leftarrow -\infty;</math> 3   <b>pour</b> <math>\mathcal{M}_{(j)} \in \Theta_m</math> <b>faire</b> 4     <b>si</b> <math>\mathcal{C}</math> <i>est un codage orthogonal</i> <b>alors</b> 5         calcul de <math>\Lambda</math> avec l'équation (4.29); 6     <b>sinon</b> 7         calcul de <math>\Lambda</math> avec l'équation (4.28); 8     <b>fin</b> 9     <b>si</b> <math>\Lambda &gt; \Lambda_{max}</math> <b>alors</b> 10        <math>\Lambda_{max} \leftarrow \Lambda;</math> 11        <math>\widehat{M} \leftarrow \mathcal{M}_{(j)}</math> 12    <b>fin</b> 13  <b>fin</b> 14 fin </pre>
---

**Algorithme 10 :** Reconnaissance de la modulation par test ALRT- $\mathcal{C}$ .

#### 4.4.2.1 Estimation du canal pour signaux codés

Un codage STBC introduit de la redondance spatio-temporelle à l'émission. Cette redondance permet de recourir à des techniques d'identification du canal par statistiques de second ordre. Pour un nombre d'échantillons  $N$  limité, l'estimation de ces statistiques est de meilleure qualité que celles utilisées par les techniques d'Analyse en Composantes Indépendantes. Initialement les premières techniques d'identification basées sur des statistiques d'ordre 2 ont été proposées dans les articles [TLSH91] et [BAMCM97]. Ces deux techniques, nommées respectivement AMUSE et SOBI sont générales et n'exploitent pas la connaissance de la structure spatio-temporelle des signaux émis. Dans le contexte spécifique des communications utilisant un codage STBC, plusieurs études ont montré que la connaissance du codage peut se révéler très profitable pour l'identification du canal de propagation [SL02], [LSL03], [SGM05], [MVDC06] [VSSP07].

Nous présentons ici un état de l'art des techniques d'estimation de la matrice de canal pour les communications utilisant un codage STBC. Dans un premier temps, nous abordons le cas général des codages STBC. Nous traitons ensuite le cas spécifique des codages orthogonaux.

**Cas général :** Différentes études proposent des techniques d'identification du canal exploitant la structure spatio-temporelle des signaux émis. Une technique basée sur le maximum de vraisemblance est exposée dans la référence [VSSP07]. Cette méthode est toutefois limitée puisqu'elle s'applique uniquement aux codes Orthogonaux et quasi-Orthogonaux. Une technique générale et applicable à une grande variété de codages

STBC a été proposée par Swindlehurst dans l'article [SL02]. La méthode se base sur un récepteur aveugle de type Forçage à Zéro et n'émet aucune hypothèse sur la constellation des symboles. Cette méthode est présentée dans l'annexe C. Notons que l'article [SL02] a été récompensé meilleur article de la revue IEEE Transaction on Signal Processing en 2005 avec deux autres articles<sup>8</sup>.

**Codage orthogonal :** En contexte coopératif, les codes orthogonaux possèdent une structure spatio-temporelle particulière qui permet de réduire la complexité du décodage par maximum de vraisemblance. Il est montré dans plusieurs études que cette structure se révèle également profitable pour identifier le canal en aveugle. La méthode d'identification basée sur le maximum de vraisemblance est présentée dans la référence [LSL03]. Cette méthode possède un coût calculatoire élevé et son application nécessite la connaissance à priori de la modulation. La référence [MVDC06] montre que cette méthode peut être simplifiée pour les constellations BPSK et QPSK. Plus généralement, plusieurs techniques d'identification relâchent la contrainte de la constellation des symboles pour simplifier l'identification du canal [LS03] [SGM05] [VS08]. Une méthode basée sur une minimisation cyclique de la fonction de vraisemblance est présentée dans [LS03], son utilisation nécessite toutefois d'initialiser au préalable soit les symboles émis soit la matrice de canal. L'étude [SGM05] présente une technique d'estimation du canal aveugle ne nécessitant aucune initialisation, son principe est exposé dans l'annexe D. Cette méthode a été reprise et analysée dans les références [VSSP07] et [VS08]. En particulier, il est montré dans l'article [VS08] que cette technique ne permet pas l'identification du canal lorsque l'émetteur utilise un codage d'Alamouti ou les codes utilisant 4 antennes présentés par Tarokh [TJC99].

Nous proposons d'utiliser l'algorithme [SL02] pour identifier le canal lorsque le codage est non-orthogonal. Cette méthode est relativement lourde en calculs car elle nécessite la décomposition en valeurs singulières d'une matrice de taille élevée. Lorsque le codage est orthogonal, nous proposons d'utiliser la méthode exposée dans la référence [SGM05] qui présente de meilleures performances et une complexité inférieure. Ces deux méthodes ne permettent pas l'estimation du canal dans certaines configurations ; en particulier il est mentionné dans les références [SL02] et [SGM05] que le canal n'est pas identifiable lorsque l'émetteur utilise un codage de rendement supérieur ou égal à l'unité ( $\frac{n}{T} \geq 1$ ) ou les codes utilisant 4 antennes présentés par Tarokh [TJC99]. Lorsque le canal est identifiable, ces deux techniques présentent une indétermination d'échelle et de signe. Dans les annexes C et D, nous proposons une technique pour lever l'ambiguïté d'échelle en exploitant le fait que l'énergie des signaux émis est la même sur chaque antenne ( $E[SS^H] = \mathbf{I}_{n_t}$ ). Après correction d'échelle, la matrice de canal estimée  $\hat{\mathbf{H}}_n$  présente une simple indétermination de signe, c'est-à-dire :

$$\hat{\mathbf{H}} = \pm \hat{\mathbf{H}}_n \quad (4.31)$$

---

<sup>8</sup>Voir le site : <http://www.ewh.ieee.org/soc/sps/tsp/paperawards.php>

#### 4.4.2.2 Influence de l'indétermination de signe

La reconnaissance de la modulation par test HLRT s'obtient en remplaçant la matrice de canal par son estimée  $\hat{\mathbf{H}}$  dans la fonction de vraisemblance ALRT. L'estimation du canal présente une indétermination de signe et nous montrons ici que cette indétermination n'affecte pas les fonctions de vraisemblance.

Considérons le cas général d'un codage STBC, la fonction de vraisemblance fait intervenir la matrice de canal dans les termes suivants :

$$\sum_{S \in \mathcal{M}_{(j)}^n} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \left\| \mathbf{Y}_v - \hat{\mathbf{H}} \mathbf{C}(S) \right\|_F^2 \right] \quad (4.32)$$

En utilisant la propriété de linéarité des codes STBC, l'indétermination de signe liée au canal peut se réexprimer comme une indétermination de signe liée aux symboles émis, c-a-d :

$$\hat{\mathbf{H}} \mathbf{C}(S) = \hat{\mathbf{H}}_n \mathbf{C}(\pm S) \quad (4.33)$$

Les termes de la fonction de vraisemblance sont alors données par la relation :

$$\sum_{S \in \mathcal{M}_{(j)}^n} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \left\| \mathbf{Y}_v - \hat{\mathbf{H}} \mathbf{C}(S) \right\|_F^2 \right] = \sum_{S \in \mathcal{M}_{(j)}^n} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \left\| \mathbf{Y}_v - \hat{\mathbf{H}}_n \mathbf{C}(\pm S) \right\|_F^2 \right] \quad (4.34)$$

La constellation  $\mathcal{M}_{(j)}$  est soit de type réel soit circulaire d'ordre 2. Dans les deux cas, cette constellation possède une symétrie par rotation d'angle  $\pi$ , c'est-à-dire  $\pm S \in \mathcal{M}_{(j)}$ . L'ambiguïté de signe se traduit donc comme une permutation des éléments de la somme dans l'équation (4.34); cette permutation préserve le résultat de la somme. Nous en déduisons le théorème suivant :

**Théorème 4.3** *Soit  $\hat{\mathbf{H}}_n$  la matrice de canal estimée par la méthode [SL02] ou [SGM05]. Après correction d'échelle, l'estimation du canal  $\hat{\mathbf{H}} = \pm \hat{\mathbf{H}}_n$  présente une simple indétermination de signe qui ne modifie pas la fonction de vraisemblance HLRT, c'est-à-dire :*

$$\Lambda^H[\mathbf{Y} | \mathcal{M}_{(j)}, \hat{\mathbf{H}}, \sigma^2, \mathcal{C}] = \Lambda^H[\mathbf{Y} | \mathcal{M}_{(j)}, \hat{\mathbf{H}}_n, \sigma^2, \mathcal{C}] \quad (4.35)$$

L'algorithme 11 résume le principe de la méthode de reconnaissance de la modulation par tests HLRT. Nous insistons ici sur le fait que cette méthode ne fonctionne pas pour les codes dont le rendement  $r = \frac{n}{T}$  est supérieur ou égal à l'unité. Lorsque le rendement est supérieur ou égal à l'unité et lorsque les échantillons en sortie du codeur appartiennent à la même constellation que les symboles à transmettre, il est possible d'utiliser l'approche HLRT et quasi-HLRT de la section 4.3 en relâchant l'hypothèse du codage. Néanmoins, cette approche alternative est sous-optimale car elle n'exploite pas la structure spatio-temporelle des signaux émis.

	<p><b>Entrées :</b> <math>\mathbf{Y}, \mathcal{C}, \sigma^2, \Theta_m</math></p> <p><b>Sorties :</b> <math>\widehat{M}</math></p> <pre> 1 début 2   <math>\Lambda_{max} \leftarrow -\infty;</math> 3   <b>si</b> <math>\mathcal{C}</math> est un codage orthogonal <b>alors</b> 4       estimation <math>\mathbf{H}_n</math> du canal par la méthode [SGM05]; 5   <b>sinon</b> 6       estimation <math>\widehat{\mathbf{H}}_n</math> du canal par la méthode [SL02]; 7   <b>fin</b> 8   calcul de l'indétermination d'échelle de <math>\widehat{\mathbf{H}}_n</math> en utilisant <math>E[SS^H] = \mathbf{I}_{n_t};</math> 9   <b>pour</b> <math>\mathcal{M}_{(j)} \in \Theta_m</math> <b>faire</b> 10      <b>si</b> <math>\mathcal{C}</math> est un codage orthogonal <b>alors</b> 11        calcul de <math>\Lambda</math> avec l'équation (4.29) en remplaçant <math>\mathbf{H}</math> par <math>\widehat{\mathbf{H}}_n;</math> 12      <b>sinon</b> 13        calcul de <math>\Lambda</math> avec l'équation (4.28) en remplaçant <math>\mathbf{H}</math> par <math>\widehat{\mathbf{H}}_n;</math> 14      <b>fin</b> 15      <b>si</b> <math>\Lambda &gt; \Lambda_{max}</math> <b>alors</b> 16        <math>\Lambda_{max} \leftarrow \Lambda;</math> 17        <math>\widehat{M} \leftarrow \mathcal{M}_{(j)}</math> 18      <b>fin</b> 19  <b>fin</b> 20 <b>fin</b> </pre>
--	--

**Algorithme 11 :** Reconnaissance de la modulation par test HLRT- $\mathcal{C}$ .

## 4.5 Comparaison des méthodes

Dans cette section, nous évaluons les performances des différentes méthodes de reconnaissance de la modulation pour reconnaître les 4 modulations suivantes :

$$\Theta_m = \{2ASK, QPSK, 16PSK, 16QAM\} \quad (4.36)$$

Les méthodes évaluées sont exposées dans le tableau 4.1. Les performances sont quantifiées en mesurant la probabilité de bonne reconnaissance de chaque méthode, c'est-à-dire la probabilité que la méthode reconnaisse correctement la modulation à partir des signaux reçus. Nous estimons cette probabilité via des simulations de type Monte Carlo (1000 simulations par Rapport Signal sur Bruit) en générant de façon équiprobable chaque modulation et en moyennant le nombre de bonnes détections. Pour chaque simulation les symboles émis sont i.i.d et le canal est de type Rayleigh non sélectif en temps et en fréquence. Dans les sous-sections suivantes, nous présentons les performances des différentes méthodes en présence d'un codage de type Multiplexage Spatial ou orthogonal.

Méthode	Légende	Entrées
ALRT (Multiplexage Spatial)	ALRT-SM	$\mathbf{H}, \sigma^2$
quasi-ALRT (Multiplexage Spatial)	qALRT-SM	$\mathbf{H}, \sigma^2$
ALRT (Codage $\mathcal{C}$ )	ALRT- $\mathcal{C}$	$\mathbf{H}, \mathcal{C}, \sigma^2$
HLRT (Multiplexage Spatial)	HLRT-SM	$n_t, \sigma^2$
quasi-HLRT (Multiplexage Spatial)	qHLRT-SM	$n_t, \sigma^2$
HLRT (Codage $\mathcal{C}$ )	HLRT- $\mathcal{C}$	$\mathcal{C}, \sigma^2$

TAB. 4.1 – Liste des algorithmes de reconnaissance de la modulation.

### 4.5.1 Multiplexage Spatial

Dans cette sous-section, nous présentons les performances des méthodes de reconnaissance de la modulation lorsque la communication utilise un codage de type Multiplexage Spatial.

La figure 4.12 expose les performances des différentes méthodes pour des communications MIMO (4,2) transmettant 512 échantillons par antenne. L'approche ALRT borne supérieurement la probabilité de bonne reconnaissance de n'importe quelle autre méthode, sa probabilité est proche de 1 pour un rapport signal sur bruit de 3dB. Les performances de l'approche quasi-ALRT sont proches de l'optimal, la courbe montre en effet des résultats quasi-similaires lorsque le rapport signal sur bruit augmente de 1 ou 2dB. Les méthodes HLRT et quasi-HLRT présentent de bonnes performances et permettent de reconnaître parfaitement la modulation à un rapport signal sur bruit de 5dB. Remarquons que les performances du test HLRT et quasi-HLRT sont semblables, la méthode quasi-HLRT étant toutefois préférable ici car sa complexité est inférieure. Pour l'ensemble de ces méthodes, les matrices de confusion que nous avons présenté

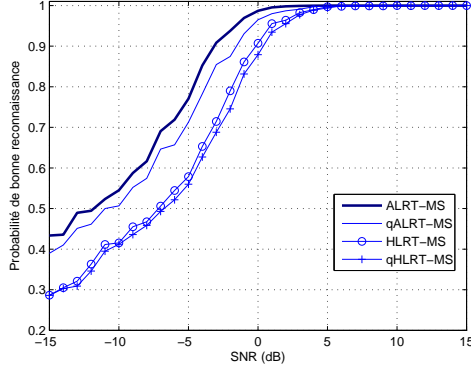


FIG. 4.12 – Probabilité de bonne reconnaissance de la modulation. Multiplexage Spatial, Communication MIMO (4,2),  $N=512$ .

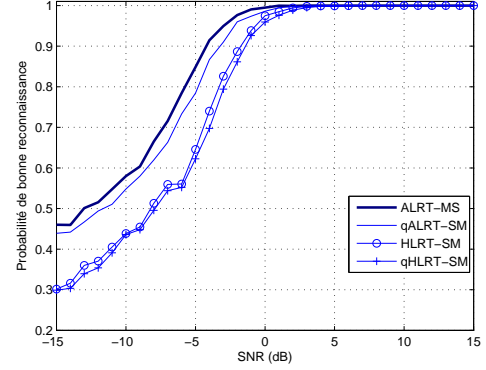


FIG. 4.13 – Probabilité de bonne reconnaissance de la modulation. Multiplexage Spatial, Communication MIMO (5,2),  $N=512$

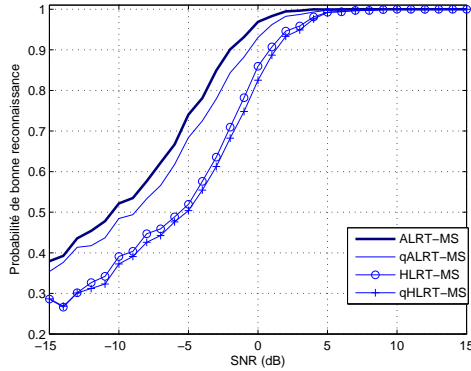


FIG. 4.14 – Probabilité de bonne reconnaissance de la modulation. Multiplexage Spatial, Communication MIMO (4,2),  $N=256$ .

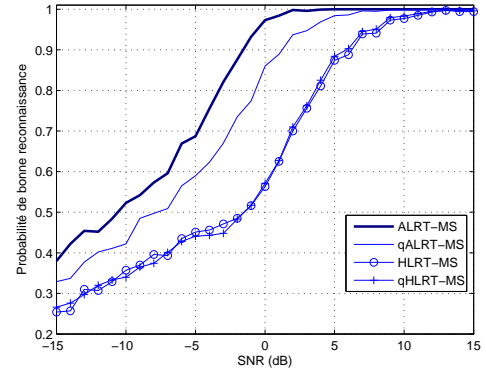


FIG. 4.15 – Probabilité de bonne reconnaissance de la modulation. Multiplexage Spatial, Communication MIMO (4,3),  $N=512$ .

dans l'article de journal [CAY<sup>+</sup>08] montrent que la modulation 2ASK est la plus simple à identifier. Un SNR plus élevé est nécessaire pour identifier correctement les 3 autres modulations.

La figure 4.13 présente l'apport d'une antenne supplémentaire à la réception. Par rapport à la figure précédente, nous constatons une amélioration des performances de l'ensemble des méthodes. En particulier, la méthode optimale ALRT reconnaît parfaitement la modulation pour un rapport signal sur bruit de 0dB, soit 3dB de moins que dans le cas précédent.

L'influence du nombre d'échantillons à la réception est évaluée dans la figure 4.14. Lorsque  $N = 256$ , les performances de l'ensemble des méthodes chutent. La méthode optimale reconnaît parfaitement la modulation pour un rapport signal sur bruit de 5dB, soit 2dB de plus que dans le cas  $N = 512$ . Les autres méthodes réagissent de façons similaires.

La figure 4.15 présente les probabilités de bonne reconnaissance pour des communications MIMO (4,3). Par rapport au cas  $n_t = 2$ , l'ajout d'une antenne à l'émission dégrade les performances de l'ensemble des méthodes. En particulier pour un SNR égal à -5dB, la probabilité de bonne reconnaissance obtenue par la méthode optimale ALRT-MS est égale à 0.8 lorsque  $n_t = 2$  et chute à 0.7 lorsque  $n_t = 3$ . Remarquons également que les différences entre les méthodes ALRT-MS et qALRT-MS sont plus prononcées lorsque  $n_t$  augmente. Concernant les méthodes HLRT-MS et qHLRT-MS, leurs performances semblent quasi-identiques.

#### 4.5.2 Codage Orthogonal

Dans cette sous-section, nous présentons les performances des méthodes selon le codage spatio-temporel utilisé.

La figure 4.16 présente les performances des différentes méthodes lorsque l'émetteur utilise un codage d'Alamouti. Les performances optimales sont données par la méthode ALRT-C. Par rapport à la méthode ALRT-SM qui traite les signaux comme ceux issus d'un codage de type Multiplexage Spatial, nous remarquons que la connaissance du codage se révèle très profitable pour détecter la modulation (amélioration de 2dB). Lorsque le canal est inconnu l'exploitation du codage est toutefois difficile. En effet, la méthode d'estimation du canal utilisée ne permet pas d'identifier  $\mathbf{H}$  et donc de reconnaître la modulation lorsque le rendement du code est supérieur ou égal à l'unité. Les performances de la méthode HLRT-C illustrent ce problème. Pour le codage d'Alamouti, il est possible de reconnaître la modulation en aveugle en relâchant l'hypothèse du codage. La figure montre que les méthodes HLRT-SM et qHLRT-SM permettent une reconnaissance parfaite lorsque le SNR est supérieur ou égal à 5dB.

Les figures 4.17 et 4.18 exposent les performances des méthodes ALRT-C et HLRT-C lorsque l'émetteur utilise différents codages OSTBC3 de rendement  $\frac{3}{4}$ . Les deux figures affichent des comportements similaires. Les performances optimales sont données par la méthode ALRT-C ; la probabilité de bonne reconnaissance avoisine 1 lorsque le SNR est égal à -2dB. Lorsque le canal est inconnu, la méthode HLRT-C offre des performances très proches de l'optimal. En particulier, sa courbe converge vers celle de la méthode ALRT-C lorsque le SNR est proche de -5dB.

La figure 4.19 illustre les performances des méthodes ALRT-C et HLRT-C lorsque l'émetteur utilise un codage OSTBC3 de rendement  $\frac{1}{2}$ . Par rapport au cas précédent, les courbes des deux approches sont légèrement meilleures. Nous pouvons alors émettre

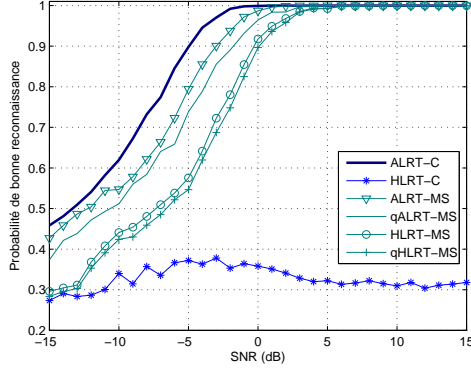


FIG. 4.16 – Probabilité de bonne reconnaissance de la modulation. Codage d'Alamouti, Communication MIMO (4,2),  $N=512$ .

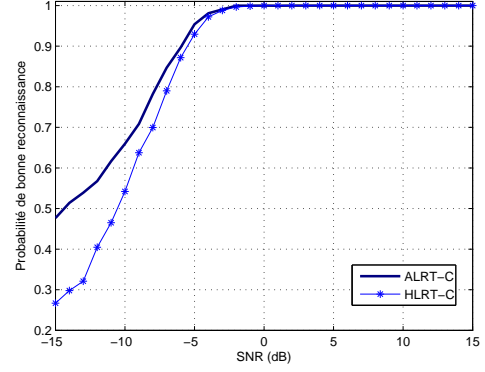


FIG. 4.17 – Probabilité de bonne reconnaissance de la modulation. 1<sup>er</sup> codage OSTBC3 de rendement  $\frac{3}{4}$ , Communication MIMO (4,3),  $N=512$

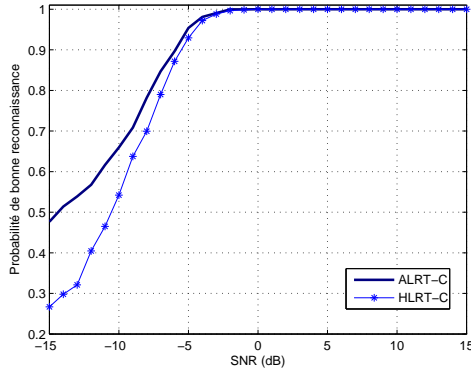


FIG. 4.18 – Probabilité de bonne reconnaissance de la modulation. 2<sup>e</sup> codage OSTBC3 de rendement  $\frac{3}{4}$ , Communication MIMO (4,3),  $N=512$ .

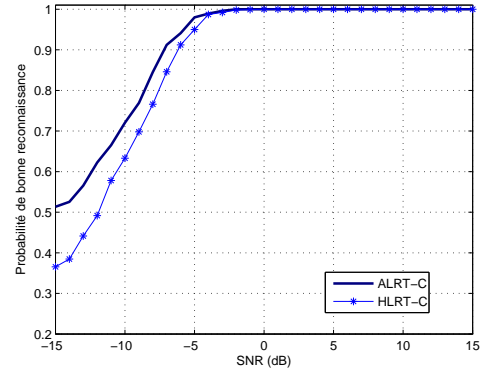


FIG. 4.19 – Probabilité de bonne reconnaissance de la modulation. Codage OSTBC3 de rendement  $\frac{1}{2}$ , Communication MIMO (4,3),  $N=512$ .

l'hypothèse que les performances de nos algorithmes sont inversement proportionnelles au rendement  $r$  du codage.

## 4.6 Discussion

Ce chapitre a abordé le problème de la reconnaissance de modulation dans un contexte multi-antennes. Nous avons proposé plusieurs méthodes d'identification basées sur le maximum de vraisemblance. Ces méthodes se divisent en deux catégories suivant le type de codage spatio-temporel utilisé.



Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés au contexte spécifique des communications MIMO utilisant un codage de type Multiplexage Spatial. Nous avons proposé deux méthodes, nommées ALRT-MS et qALRT-MS, dont l'application nécessite de connaître la matrice de canal. Lorsque les paramètres aléatoires sont correctement modélisés, la méthode ALRT-MS est optimale mais possède un coût calculatoire relativement important. La méthode sous-optimale qALRT-MS possède quant à elle une complexité réduite et nos simulations montrent que ses performances sont proches de l'optimal. Nous avons ensuite proposé deux extensions, nommées HLRT-MS et qHLRT-MS, applicables lorsque le canal est inconnu du récepteur. Ces extensions remplacent le canal par son estimation dans les fonctions de vraisemblance ALRT-MS ou qALRT-MS. L'estimation du canal est obtenue en deux temps via une Analyse en Composantes Indépendantes et une étape correction de phase. Les simulations montrent que les performances des méthodes HLRT-MS et qHLRT-MS sont légèrement inférieures à celles obtenues dans le cas idéal où la matrice de canal est connue. Notons que ces méthodes peuvent également être utilisées pour d'autres types de codage. Lorsque la constellation des signaux émis sur chaque antenne correspond à la constellation des symboles à transmettre, il est en effet possible de relâcher l'hypothèse du codage en traitant les signaux reçus comme ceux issus d'un Multiplexage Spatial.

Dans un second temps, nous avons abordé la problématique dans le contexte plus général des communications utilisant un codage STBC. Nous avons proposé la méthode de reconnaissance optimale qui est applicable lorsque le canal est connu du récepteur. Cette méthode nommée ALRT- $\mathcal{C}$  exploite la structure spatio-temporelle des signaux émis pour faciliter la reconnaissance de la modulation ; elle profite de la diversité spatiale du canal et son implémentation est simplifiée en présence de codes orthogonaux. Lorsque le canal est inconnu, nous avons proposé une extension nommée HLRT- $\mathcal{C}$  basée sur une estimation du canal par statistique d'ordre 2. Cette méthode fonctionne uniquement pour les codes de rendement inférieur à l'unité car l'identification du canal présente des ambiguïtés pour les codes de rendement supérieur (cas du codage d'Alamouti ou des codes quasi-Orthogonaux par exemple). Les simulations montrent que lorsque l'identification du canal est possible, les performances de l'HLRT- $\mathcal{C}$  sont très proches de l'ALRT- $\mathcal{C}$ .

L'ensemble des méthodes exposées dans ce chapitre utilise une approche par maximum de vraisemblance pour reconnaître la modulation. Ces méthodes présentent un coût calculatoire relativement important lorsque les modulations à discriminer possèdent un nombre d'états élevé. Une amélioration possible consisterait à utiliser des approches de complexités réduites pour identifier la modulation. En particulier nous pensons que les méthodes par outils de reconnaissance de formes pourraient se révéler efficaces.

# Conclusion

La technologie MIMO est au cœur des prochains standards de télécommunication sans-fil et devrait bientôt occuper une place importante dans le canal hertzien. Afin d'anticiper la demande en outils de surveillance, notre étude a proposé plusieurs méthodes permettant d'analyser ce type de signaux en aveugle.

## Résumé des travaux

Nos travaux ont porté sur les communications MIMO transmises dans des canaux non sélectifs en temps et en fréquence. Nous supposons que ces communications sont dégradées par un bruit gaussien circulaire spatialement décorrélié et que les signaux reçus sont préalablement synchronisés et ramenés en bande de base à la réception. Sous ces hypothèses, nous avons proposé plusieurs méthodes pour reconnaître en aveugle le nombre d'antennes, le codage spatio-temporel et la technique de modulation des signaux émis.

Dans le chapitre 2, nous nous sommes intéressés à la reconnaissance du nombre d'antennes émettrices. Dans un premier temps, nous avons évalué les performances de plusieurs algorithmes de la littérature basés sur des statistiques d'ordre 2. Nous avons ensuite proposé deux méthodes originales, nommées respectivement HOS-KS et HOS-RdF, utilisant des statistiques d'ordre supérieur. Les simulations ont montré que les algorithmes de la littérature fonctionnaient mieux que nos deux méthodes lorsque le bruit est décorrélié spatialement. En particulier parmi toutes les méthodes testées, l'algorithme PET[CWR91] basé sur une modélisation de la décroissance des valeurs propres de la matrice de covariance s'est révélé le plus performant. Par rapport aux algorithmes basés sur des statistiques d'ordre 2, nos deux méthodes présentent un intérêt lorsque le bruit est décorrélié spatialement. En effet, les simulations ont mis en évidence que ces méthodes sont robustes par rapport à la structure spatiale du bruit contrairement à celles de la littérature que nous avons testées.

Le chapitre 3 a abordé la problématique de la reconnaissance du codage spatio-temporel. Tout d'abord, nous avons considéré le cas idéal où le canal est connu du récepteur et proposé trois méthodes de reconnaissance basées sur le maximum de vraisemblance. Parmi ces approches, l'ALRT est optimale au sens bayésien et borne supérieurement les performances de n'importe quelle autre méthode de reconnaissance.

Ensuite, nous avons considéré le cas, plus réaliste, où le canal est inconnu du récepteur. Nous avons proposé deux méthodes basées sur des outils de reconnaissance de formes. Ces méthodes exploitent les moyennes spatio-temporelles des signaux reçus. Plus précisément, la première utilise les index temporels pour lesquels les moyennes sont nulles alors que la seconde tire profit de leur norme pour identifier le codage. Nous avons évalué les performances des différentes méthodes pour plusieurs problèmes de reconnaissance du codage. Les simulations ont montré que les performances relatives de ces deux méthodes dépendaient des codes à identifier et du type de modulation utilisés.

Le chapitre 4 a présenté plusieurs méthodes de reconnaissance de la modulation par maximum de vraisemblance. Dans un premier temps, nous nous sommes focalisés sur les communications utilisant un codage de type multiplexage spatial. Après avoir présenté l'approche optimale ALRT-SM, nous avons proposé son adaptation nommée HLRT-MS applicable lorsque le canal est inconnu du récepteur. Cette approche effectue une préestimation du canal via une Analyse en Composantes Indépendantes et une étape de correction de phase. Le coût calculatoire de la méthode HLRT-MS est relativement élevé et nous avons développé une approche alternative nommée qHLRT-MS plus simple à mettre en oeuvre. Les simulations ont montré que les performances de la méthode qHLRT-MS sont proches de l'approche HLRT-MS alors que son coût est nettement plus faible. Dans un second temps, nous avons abordé la problématique dans le contexte plus général des communications utilisant un codage spatio-temporel en bloc. Après avoir présenté la méthode optimale, nous avons proposé son extension nommée HLRT-C applicable lorsque le canal est inconnu à la réception. Cette méthode réalise une estimation du canal par statistique d'ordre 2 puis remplace le canal par son estimée dans la méthode optimale. Nous avons montré que l'utilisation du codage se révèle très profitable pour reconnaître la modulation : exploitation de diversité spatiale du canal, découplage des fonctions de vraisemblance pour certains codes et estimation du canal simplifié. En particulier, les performances de la méthode HLRT-C sont quasi-optimales pour un rapport signal à bruit proche de 0dB. Cette méthode est toutefois limitée car les techniques d'identification du canal par statistiques de second ordre ne fonctionnent pas lorsque le rendement du codage est supérieur ou égal à l'unité.

Les performances de nos méthodes ont été testées pour des systèmes MIMO utilisant 2 ou 3 antennes émettrices et un codage de type multiplexage spatial ou orthogonal. Nos méthodes sont toutefois générales ; elles sont applicables à des systèmes utilisant un nombre d'antennes plus élevé (à l'émission ou à la réception) et d'autres codages STBC. Pour conclure notre étude, l'annexe E présente l'architecture détaillée d'un intercepteur de communication MIMO. Cet intercepteur a été en partie utilisé dans un contrat de recherche mené au sein du laboratoire Lab-STICC pour intercepter les communications MIMO issues du standard WiMax 802.16e.

## Perspectives

Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse ouvrent plusieurs axes de recherches. En conservant les hypothèses de notre étude, nous dressons ici quatre axes possibles.

- Les simulations montrent que les performances de nos algorithmes de reconnaissance du codage peuvent être améliorées. En particulier, nos méthodes par outils de reconnaissance de formes n'exploitent que partiellement l'information contenue dans les moyennes spatio-temporelles. Nous pensons qu'il est possible d'utiliser plus finement ces moyennes en exploitant par exemple leur propriétés de symétrie ou d'anti-symétrie [CCYB07] ou la localisation des éléments matriciels non-nuls.
- Nos méthodes de reconnaissance de la modulation se basent sur le maximum de vraisemblance et possèdent un coût calculatoire relativement élevé. Lorsqu'un décodage aveugle est possible, une première solution consisterait à identifier la modulation à partir des échantillons décodés. L'utilisation de techniques d'identification basées sur des outils de reconnaissance de formes pourrait se révéler plus simples à mettre en œuvre et offrir de bonnes performances.
- Les algorithmes d'identification du canal par statistiques de second ordre ne fonctionnent pas lorsque le codage possède un rendement supérieur ou égal à l'unité. L'utilisation de post-traitements basés sur une Analyse en Composantes Indépendantes devrait permettre de lever cette limitation. Certains travaux ont notamment été initiés par Via dans cette voie pour les codes orthogonaux [VSP06].
- En fin de chaîne, notre intercepteur permet d'identifier les symboles émis à quelques indéterminations près (phase et ordre). L'exploitation du protocole ou du standards utilisés devraient permettre de lever ces ambiguïtés.

En relâchant les hypothèses de notre étude, nous pouvons dresser d'autres axes :

- Les méthodes développées dans le cadre de cette thèse émettent l'hypothèse que les opérations radio-fréquence (RF) sont préalablement réalisées à la réception. Leur performances se dégradent en présence d'erreur d'estimation des paramètres RF (fréquence porteuse, temps-symbole et instant d'échantillonnage). Une amélioration possible consisterait à concevoir des méthodes robustes à ces erreurs d'estimation.
- Notre étude considère le cas simple d'une communication mono-utilisateur sans multiplexage fréquentiel. L'interception des communications MIMO utilisant un multiplexage fréquentiel dans un environnement multi-utilisateurs constitue un challenge de taille qu'il faudra prochainement relever.
- Nos méthodes fonctionnent uniquement lorsque le nombre d'antennes émettrices est strictement inférieur au nombre d'antennes réceptrices. L'interception en contexte sous-déterminé ( $n_t > n_r$ ) nécessite l'élaboration de nouvelles techniques.
- Nous avons abordé dans notre étude le cas des canaux non sélectif en fréquence dégradés par un bruit gaussien circulaire décorrélat spatialement. Nous pensons qu'il serait intéressant d'élaborer des méthodes de reconnaissance dans le contexte

plus difficile des canaux sélectifs en fréquence dégradés par d'autres types de bruit.

## Annexe A

# Expression des fonctions de vraisemblance

### A.1 Expression ALRT : Cas général

L'approche ALRT traite les symboles inconnus comme des quantités aléatoires dont la loi de probabilité est connue. Notons  $\mathbf{S}$  le vecteur contenant les symboles inconnus. La fonction de vraisemblance ALRT  $\Lambda^A(\mathbf{Y}|\mathcal{C}_j, \mu)$  s'exprime sous la forme :

$$\Lambda^A[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu] = \int_{\mathbf{S}} \Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, \mathbf{S}] P[\mathbf{S}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu] d\mathbf{S} \quad (\text{A.1})$$

où  $\Lambda[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, \mathbf{S}]$  désigne la fonction de vraisemblance lorsque les symboles transmis sont  $\mathbf{S}$  et où  $P[\mathbf{S}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu]$  désigne la probabilité d'obtenir  $\mathbf{S}$ . Notons  $N_b$ ,  $\mathbf{Y}_d$ ,  $\mathbf{Y}_v$ ,  $\mathbf{Y}_f$ , les quantités respectivement définies par les relations :

$$N_b = (N + \mu - 1) \text{div } l_j \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{Y}_d = [Y(0), \dots, Y((l_j - \mu - 1))] \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{Y}_v = [Y(vl_j - \mu), \dots, Y((v + 1)l_j - \mu - 1)] \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{Y}_f = [Y(N_b l_j - \mu), \dots, Y(N - 1)] \quad (\text{A.5})$$

Sous ces notations, la fonction de vraisemblance se décompose sous la forme :

$$\begin{aligned} \Lambda^A[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu] &= \int_S \Lambda[\mathbf{Y}_d|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, S] P[S] dS \\ &\times \prod_{v=1}^{N_b-1} \int_S \Lambda[\mathbf{Y}_v|\mathcal{C}^{(j)}, 0, S] P[S] dS \\ &\times \int_S \Lambda[\mathbf{Y}_f|\mathcal{C}^{(j)}, 0, S] P[S] dS \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

La probabilité de  $S$  est donnée par l'équation 1.8 ; elle est égale à  $P[S] = \frac{1}{M^n}$ . De plus comme  $S$  est une variable discrète appartenant à l'ensemble  $\mathcal{M}^n$ , l'intégrale s'exprime

sous la forme d'une somme et nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\Lambda^A[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, 0] &= \frac{1}{M^{n_j(N_b+1)}} \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \Lambda[\mathbf{Y}_d|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, S] \\
&\times \prod_{v=1}^{N_b-1} \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \Lambda[\mathbf{Y}_u|\mathcal{C}^{(j)}, 0, S] \\
&\times \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \Lambda[\mathbf{Y}_f|\mathcal{C}^{(j)}, 0, S] \tag{A.7}
\end{aligned}$$

Les fonctions de vraisemblance dépendent d'une seule quantité aléatoire qui est indépendante du temps. En réutilisant les expressions de  $\mathbf{Y}_d$ ,  $\mathbf{Y}_u$  et de  $\mathbf{Y}_f$ , nous obtenons l'égalité suivante :

$$\begin{aligned}
\Lambda^A[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, 0] &= \frac{1}{M^{n_j(N_b+1)}} \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \prod_{k=\mu}^{l_j-1} \Lambda[Y(k-\mu)|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, S] \\
&\times \prod_{v=1}^{N_b-1} \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \prod_{k=0}^{l_j-1} \Lambda[Y(vl_j+k-\mu)|\mathcal{C}^{(j)}, 0, S] \\
&\times \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \prod_{k=0}^{(N+\mu-1) \bmod l_j} \Lambda[Y(Nbl_j+k-\mu)|\mathcal{C}^{(j)}, 0, S] \tag{A.8}
\end{aligned}$$

La fonction  $\Lambda[Y(u)|\mathcal{C}^{(j)}, \mu, S]$  correspond à la densité de probabilité d'une loi gaussienne  $\mathcal{N}_c(\mathbf{H}\mathbf{A}_\mu^{(j)}\tilde{S}, \sigma^2\mathbf{I}_{n_r})$ . Après quelques calculs, le logarithme de la fonction de vraisemblance ALRT s'exprime via la relation :

$$\begin{aligned}
&\log\left(\Lambda^A[\mathbf{Y}|\mathcal{C}^{(j)}, \mu]\right) = -((N_b+1)n_j)\log(M) - (Nn_r)\log(\pi\sigma^2) \\
&+ \log\left(\sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \exp\left[-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=\mu}^{l_j-1} \left\|Y(k-\mu) - \mathbf{H}\mathbf{A}_k^{(j)}\tilde{S}\right\|_F^2\right]\right) \\
&+ \sum_{v=1}^{N_b-1} \log\left(\sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \exp\left[-\frac{1}{\sigma^2} \left\|\mathbf{Y}_v - \mathbf{H}\mathbf{C}^{(j)}(S)\right\|_F^2\right]\right) \\
&+ \log\left(\sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \exp\left[-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=0}^{(N+\mu-1) \bmod l_j} \left\|Y(Nbl_j+k-\mu) - \mathbf{H}\mathbf{A}_k^{(j)}\tilde{S}\right\|_F^2\right]\right) \tag{A.9}
\end{aligned}$$

## A.2 Expression ALRT : Codages orthogonaux

Les codes orthogonaux respectent le critère de construction suivant :

$$\mathbf{C}(S)\mathbf{C}^H(S) = \alpha \sum_{w=1}^n |s_w| \mathbf{I}_{n_t} \quad (\text{A.10})$$

$$\text{où } \mathbf{C}(S) = \sum_{w=1}^n \mathbf{E}_w \Re(s_w) + i \mathbf{F}_w \Im(s_w) \quad (\text{A.11})$$

Considérons l'expression générale de la fonction de vraisemblance de l'équation (3.23). Pour les codes orthogonaux, les termes  $\|\mathbf{Y}_v - \mathbf{H}\mathbf{C}^{(j)}(S)\|_F^2$  peuvent s'exprimer sous la forme [LS03] :

$$\begin{aligned} \|\mathbf{Y}_v - \mathbf{H}\mathbf{C}^{(j)}(S)\|_F^2 &= \|\mathbf{Y}_v\|_F^2 - 2\Re(\text{Tr}[\mathbf{Y}_v^H \mathbf{H}\mathbf{C}^{(j)}(S)]) + \|\mathbf{H}\mathbf{C}^{(j)}(S)\|_F^2 \\ &= \|\mathbf{Y}_v\|_F^2 - 2 \sum_{w=1}^n \Re\left(\text{Tr}[\mathbf{Y}_v^H \mathbf{H}\mathbf{E}_w^{(j)}]\right) \Re(s_w) \\ &\quad + 2 \sum_{w=1}^n \Im\left(\text{Tr}[\mathbf{Y}_v^H \mathbf{H}\mathbf{F}_w^{(j)}]\right) \Im(s_w) + \beta |s|^2 \|\mathbf{H}\|_F^2 \\ &= \|\mathbf{Y}_v\|_F^2 + \sum_{w=1}^{n_j} q_w^{(j)}(\mathbf{Y}_v, \mathbf{H}, s_w) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

où :

$$\begin{aligned} q_w^{(j)}(\mathbf{Y}_v, \mathbf{H}, s) &= -2\Re\left(\text{Tr}[\mathbf{Y}_v^H \mathbf{H}\mathbf{E}_w^{(j)}]\right) \Re(s) + 2\Im\left(\text{Tr}[\mathbf{Y}_v^H \mathbf{H}\mathbf{F}_w^{(j)}]\right) \Im(s) \\ &\quad + \beta |s|^2 \|\mathbf{H}\|_F^2 \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

En utilisant l'équation A.12, nous pouvons montrer l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \exp\left[-\frac{1}{\sigma^2} \|\mathbf{Y}_v - \mathbf{H}\mathbf{C}^{(j)}(S)\|_F^2\right] &= \exp\left[-\frac{\|\mathbf{Y}_v\|_F^2}{\sigma^2}\right] \times \sum_{s_1 \in \mathcal{M}} \cdots \sum_{s_{n_j} \in \mathcal{M}} \\ &\quad \times \prod_{w=1}^{n_j} \left( \exp\left[-\frac{1}{\sigma^2} q_w^{(j)}(\mathbf{Y}_v, \mathbf{H}, s_w)\right] \right) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

En remarquant que chaque terme exponentiel dépend uniquement d'un symbole  $s_w$ , les différentes sommes peuvent être factorisées comme suit :

$$\begin{aligned} \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \exp\left[-\frac{1}{\sigma^2} \|\mathbf{Y}_v - \mathbf{H}\mathbf{C}^{(j)}(S)\|_F^2\right] &= \exp\left[-\frac{\|\mathbf{Y}_v\|_F^2}{\sigma^2}\right] \prod_{w=1}^n \left( \sum_{s \in \mathcal{M}} \right. \\ &\quad \times \left. \exp\left[-\frac{1}{\sigma^2} q_w^{(j)}(\mathbf{Y}_v, \mathbf{H}, s)\right] \right) \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$



En appliquant la fonction logarithme, nous obtenons l'expression suivante :

$$\begin{aligned} & \log \left( \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \left\| \mathbf{Y}_v - \mathbf{H} \mathbf{C}^{(j)}(S) \right\|_F^2 \right] \right) = -\frac{\|\mathbf{Y}_v\|_F^2}{\sigma^2} \\ & + \sum_{w=1}^{n_j} \log \left( \sum_{s \in \mathcal{M}} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} q_w^{(j)}(\mathbf{Y}_v, \mathbf{H}, s) \right] \right) \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

La fonction de vraisemblance s'obtient en injectant cette expression dans l'équation (A.9). Elle est égale à :

$$\begin{aligned} & \log \left( \Lambda^A[\mathbf{Y} | \mathcal{C}^{(j)}, \mu] \right) = -((N_b + 1)n_j) \log(M) - (Nn_r) \log(\pi\sigma^2) \\ & + \log \left( \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=\mu}^{l_j-1} \left\| Y(k - \mu) - \mathbf{H} \mathbf{A}_k^{(j)} \tilde{S} \right\|_F^2 \right] \right) \\ & + \sum_{v=1}^{N_b-1} \left( \sum_{w=1}^{n_j} \log \left( \sum_{s \in \mathcal{M}} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} q_w^{(j)}(\mathbf{Y}_v, \mathbf{H}, s) \right] \right) - \frac{\|\mathbf{Y}_v\|_F^2}{\sigma^2} \right) \\ & + \log \left( \sum_{S \in \mathcal{M}^{n_j}} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=0}^{(N+\mu-1) \bmod l_j} \left\| Y(N_b l_j + k - \mu) - \mathbf{H} \mathbf{A}_u^{(j)} \tilde{S} \right\|_F^2 \right] \right) \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

## Annexe B

# Valeurs théoriques des moyennes temporelles

### B.1 Valeurs théoriques des normes à l'émission

Modulation		réelle	circulaire à l'ordre 2	
Code	$\tau$	$\ \mathbf{R}_{\mathcal{C},T}(\tau)\ _F^2 = \ \mathbf{R}_{\mathcal{C},H}(\tau)\ _F^2$	$\ \mathbf{R}_{\mathcal{C},T}(\tau)\ _F^2$	$\ \mathbf{R}_{\mathcal{C},H}(\tau)\ _F^2$
MS	0	$n_t$	0	$4n_t$
Alamouti	0	8	0	32
	1	2	8	0
$\frac{3}{4}$ OSTBC3(1)	0	27	0	108
	1	7	16	4
	2	1	8	4
	3	1	0	4
$\frac{3}{4}$ OSTBC3(2)	0	27	0	108
	1	2	8	8
	2	5	8	4
	3	2	8	0
$\frac{1}{2}$ OSTBC3	0	192	0	768
	1	34	8	160
	2	0	0	0
	3	10	40	32
	4	48	192	0
	5	10	40	0
	6	0	0	0
	7	2	8	0

TAB. B.1 – Valeurs théoriques de  $\|\mathbf{R}_{\mathcal{C},T}(\tau)\|_F^2$  et  $\|\mathbf{R}_{\mathcal{C},H}(\tau)\|_F^2$  en fonction du codage et du décalage spatio-temporel  $\tau$ .

Les normes  $\|\mathbf{R}_{\mathcal{C}}(\tau)\|_F^2$  s'obtiennent à partir des normes indiquées (remarque 3.4).

## B.2 Valeurs théoriques des normes des signaux blanchis

Code	$\tau$	Modulation réelle	Modulation symétrique
SM	0	$n_t$	$\frac{n_t}{2}$
Alamouti	0	2	1
	1	2/4	1/4
$\frac{3}{4}$ OSTBC3(1)	0	3	3/2
	1	14/18	5/18
	2	2/18	3/18
	3	2/18	1/18
$\frac{3}{4}$ OSTBC3(2)	0	3	3/2
	1	4/18	4/18
	2	10/18	3/18
	3	4/18	2/18
$\frac{1}{2}$ OSTBC3	0	3	3/2
	1	34/64	21/64
	2	0	0
	3	10/64	9/64
	4	48/64	24/64
	5	10/64	5/64
	6	0	0
	7	2/64	1/64

TAB. B.2 – Valeurs théoriques de  $\|\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{Y}}^b}(\tau)\|_F^2$  en fonction du codage et du décalage spatio-temporel  $\tau$ .

## Annexe C

# Estimation du canal pour les codes STBC

Nous présentons dans cette annexe la méthode d'estimation du canal proposée dans [SL02]. Cette méthode présente une indetermination d'échelle et de signe. Sous l'hypothèse que les symboles émis sont d'énergie unitaire, nous proposons une technique pour lever l'ambiguïté d'échelle.

### C.1 Détail de la méthode

Considérons la décomposition en valeurs singulières des échantillons reçus  $\mathbf{Y}$  :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^H \quad (\text{C.1})$$

où  $\mathbf{\Lambda}$  est une matrice de taille  $n_t \times n_t$  contenant les valeurs singulières et où  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}$  sont des matrices unitaires de tailles respectives  $n_r \times n_t$  et  $N \times n_t$ . Si la matrice  $\mathbf{X} = [X(1), \dots, X(n)]$  de taille  $n_t \times N$  est de rang plein, il existe une matrice de rang  $n_t$  qui satisfait la relation [SL02] :

$$\mathbf{V}^H = \mathbf{H}_v \mathbf{X} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V}^* = \mathbf{X}^T \mathbf{H}_v^T \quad (\text{C.2})$$

Un récepteur de type Forçage à Zéro, désigné par la matrice de démixage  $\mathbf{Z} = \mathbf{H}_v^{-1}$  de taille  $n_t \times n_t$ , s'obtient en négligeant l'impact du bruit additif gaussien  $B_v$ . Il s'exprime sous la forme. :

$$\mathbf{X}^T = \mathbf{V}^* \mathbf{Z}^T \quad (\text{C.3})$$

Notons  $\overline{\mathbf{V}}$  la matrice de taille  $2N \times 2n_t$  définie par :

$$\overline{\mathbf{V}} = \begin{pmatrix} \Re(\mathbf{V}) & \Im(\mathbf{V}) \\ -\Im(\mathbf{V}) & \Re(\mathbf{V}) \end{pmatrix} \quad (\text{C.4})$$

et  $\underline{\mathbf{X}}$  et  $\underline{\mathbf{Z}}$  les vecteurs colonnes de taille  $2n_t l \times 1$  et  $2n_t^2 \times 1$  obtenus en concaténant verticalement la partie réelle et imaginaire de chaque matrice puis en concaténant les

colonnes de la matrice résultante les unes au dessus des autres, c'est à dire :

$$\underline{\mathbf{X}} = \text{vec} \left\{ \begin{array}{c} \Re(\mathbf{X}^T) \\ \Im(\mathbf{X}^T) \end{array} \right\} \quad \underline{\mathbf{Z}} = \text{vec} \left\{ \begin{array}{c} \Re(\mathbf{Z}^T) \\ \Im(\mathbf{Z}^T) \end{array} \right\} \quad (\text{C.5})$$

La matrice  $\underline{\mathbf{X}}$  peut se réexprimer en fonction des  $\frac{Nn}{l}$  symboles émis  $\mathbf{S}$  et des matrices de codage. Notons  $\tilde{\mathbf{S}} = [\Re(\mathbf{S}^T) \ \Im(\mathbf{S}^T)]^T$  le vecteur de taille  $2N\frac{n}{l} \times 1$  obtenu en concaténant la partie réelle et imaginaire de  $\mathbf{S}$ , le vecteur  $\underline{\mathbf{X}}$  s'exprime sous la forme :

$$\underline{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathcal{V}_1 \\ \vdots \\ \mathcal{V}_{n_t} \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{S}} \quad (\text{C.6})$$

où les matrices  $\mathcal{V}_u$  de taille  $2N \times 2n\frac{N}{l}$  sont définies par :

$$\mathcal{V}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N/l} \otimes \Re(\mathcal{E}_u) & -\mathbf{I}_{N/l} \otimes \Im(\mathcal{F}_u) \\ \mathbf{I}_{N/l} \otimes \Im(\mathcal{E}_u) & \mathbf{I}_{N/l} \otimes \Re(\mathcal{F}_u) \end{bmatrix} \quad (\text{C.7})$$

où  $\otimes$  désigne le produit de Kronecker. Les matrices  $\mathcal{E}_u = [(\mathbf{E}_1(u, :))^T, \dots, (\mathbf{E}_n(u, :))^T]$  et  $\mathcal{F} = [(\mathbf{F}_1(u, :))^T, \dots, (\mathbf{F}_n(u, :))^T]$  sont de taille  $l \times n$  et sont composées des vecteurs  $\mathbf{E}_w(u, :)$  et  $\mathbf{F}_w(u, :)$  qui correspondent respectivement à la  $u^e$  ligne des matrices de codage  $\mathbf{E}_w$  et  $\mathbf{F}_w$ . En réécrivant l'équation (C.3) en termes de partie réelle et imaginaire et en concaténant les colonnes les unes au dessus des autres, nous obtenons le système [SL02] :

$$\left[ \begin{array}{c} (\mathbf{I}_{n_t} \otimes \bar{\mathbf{V}}) \end{array} - \begin{bmatrix} \mathcal{V}_1 \\ \vdots \\ \mathcal{V}_{n_t} \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{Z}} \\ \tilde{\mathbf{S}} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{C.8})$$

où le premier terme entre crochets est une matrice de taille  $2Nn_t \times 2(n_t + n\frac{N}{l})$  qui correspond à la concaténation de deux matrices (et non pas leur soustraction). La résolution du système est réalisée par une décomposition en valeurs singulières du premier terme, le vecteur  $[\underline{\mathbf{Z}}^T \ \tilde{\mathbf{S}}^T]^T$  contenant les inconnus est alors égal au vecteur singulier droit associé à la plus petite valeur singulière. Une estimation de la matrice de canal, notée  $\hat{\mathbf{H}}_n$ , est alors donnée par :

$$\hat{\mathbf{H}}_n = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Z}^{-1} \quad (\text{C.9})$$

L'avantage de cette méthode d'identification réside dans le fait qu'elle est très générale. Elle possède toutefois deux inconvénients. D'un côté, son implémentation est relativement lourde en calcul puisqu'elle nécessite la décomposition en valeurs singulières d'une matrice de taille  $2Nn_t \times 2(n_t + nN/l)$ . D'un autre côté, cette méthode est basée sur un récepteur de forçage à Zéro, ce type de récepteur ne tient pas compte du bruit additif et possède des performances moyennes.

## C.2 Indetermination d'échelle

Sans contrainte sur l'énergie des symboles émis, la méthode d'identification du canal présente également une indetermination d'échelle et de signe. Nous exploitons le fait que  $E[|s|^2] = 1$  pour lever l'ambiguïté d'échelle. En posant  $\tau = 0$  et  $\hat{\mathbf{H}} = \alpha \hat{\mathbf{H}}_n$  dans l'équation (3.68), nous obtenons la relation :

$$\mathbf{R}_{Y,H}(0) = \frac{\alpha^2}{2l} \hat{\mathbf{H}}_n \mathbf{R}_{C,H}(0) \hat{\mathbf{H}}_n^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r} \quad (\text{C.10})$$

La matrice  $\mathbf{R}_{C,H}(0)$  dépend uniquement du type de modulation et du codage spatio-temporel. Comme l'énergie à l'émission est supposée équirépartie sur les différentes antennes, cette matrice est diagonale et se compose des éléments  $\text{Tr}[\mathbf{R}_{C,H}(0)]/n_t$ . Une estimation de la matrice de canal s'obtient finalement en utilisant l'équation (C.10) dans (C.9), c'est à dire :

$$\hat{\mathbf{H}} = \pm \sqrt{\frac{2n_t l (\text{Tr}[\mathbf{R}_{Y,H}(0)] - \sigma^2 n_r)}{\|\hat{\mathbf{H}}_n\|_F^2 \text{Tr}[\mathbf{R}_{C,H}(0)]}} \hat{\mathbf{H}}_n \quad (\text{C.11})$$

Remarquons qu'en pratique la matrice de covariance  $\mathbf{R}_{Y,H}(0)$  est inconnue et qu'elle s'estime par la méthode des moments.



## Annexe D

# Estimation du canal pour les codes OSTBC

Nous présentons dans cette annexe la méthode d'estimation du canal proposée dans [SGM05]. Cette méthode présente une indétermination d'échelle et de signe que nous proposons de lever en exploitant le fait que les symboles émis sont d'énergie unitaire.

### D.1 Détail de la méthode

Notons  $\underline{\mathbf{Y}}_v$  et  $\underline{\mathbf{H}}$  les vecteurs colonnes de taille  $2n_r l \times 1$  et  $2n_r n_t \times 1$  obtenus en concaténant verticalement la partie réelle et imaginaire de chaque matrice puis en concaténant les colonnes de la matrice résultante les unes au dessus des autres, c'est à dire :

$$\underline{\mathbf{Y}}_v = \text{vec} \left\{ \begin{array}{c} \Re(\mathbf{Y}_v^T) \\ \Im(\mathbf{Y}_v^T) \end{array} \right\} \quad \underline{\mathbf{H}} = \text{vec} \left\{ \begin{array}{c} \Re(\mathbf{H}^T) \\ \Im(\mathbf{H}^T) \end{array} \right\} \quad (\text{D.1})$$

Notons également  $\mathbf{R}_{\underline{\mathbf{Y}}} = E[\underline{\mathbf{Y}}_v \underline{\mathbf{Y}}_v^T]$  la matrice de corrélation de taille  $2n_r l \times 2n_r l$  et  $\hat{\mathbf{R}}_{\underline{\mathbf{Y}}}$  son estimée définie par :

$$\hat{\mathbf{R}}_{\underline{\mathbf{Y}}} = \frac{l}{N} \sum_{v=0}^{\frac{N}{l}-1} \underline{\mathbf{Y}}_v \underline{\mathbf{Y}}_v^T \quad (\text{D.2})$$

En adoptant une approche par maximum de vraisemblance et en relâchant l'hypothèse de modulation, il est montré dans [SGM05] qu'une estimation du canal, notée  $\hat{\underline{\mathbf{H}}}_n$ , est donnée par la relation :

$$\hat{\underline{\mathbf{H}}}_n = \arg \max_{\underline{\mathbf{H}}} \underline{\mathbf{H}}^T \Psi \underline{\mathbf{H}} \quad \text{avec } \|\underline{\mathbf{H}}\|_F^2 = 1 \quad (\text{D.3})$$

$$\text{avec : } \Psi = \sum_{w=1}^n \left( \left( \mathbf{I}_{n_r} \otimes \bar{\mathbf{E}}_w \right) \mathbf{R}_{\underline{\mathbf{Y}}} \left( \mathbf{I}_{n_r} \otimes \bar{\mathbf{E}}_w \right)^T + \left( \mathbf{I}_{n_r} \otimes \bar{\mathbf{F}}_w \right) \mathbf{R}_{\underline{\mathbf{Y}}} \left( \mathbf{I}_{n_r} \otimes \bar{\mathbf{F}}_w \right)^T \right) \quad (\text{D.4})$$



où  $\otimes$  désigne le produit de Kronecker et où  $\bar{\mathbf{E}}_w$  et  $\bar{\mathbf{F}}_w$  correspondent à des matrices de tailles  $2n_t \times 2l$  définies par :

$$\bar{\mathbf{E}}_w = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{E}_w) & \Im(\mathbf{E}_w) \\ -\Im(\mathbf{E}_w) & \Re(\mathbf{E}_w) \end{bmatrix} \quad \bar{\mathbf{F}}_w = \begin{bmatrix} -\Im(\mathbf{F}_w) & \Re(\mathbf{F}_w) \\ -\Re(\mathbf{F}_w) & -\Im(\mathbf{F}_w) \end{bmatrix} \quad (\text{D.5})$$

La maximisation de l'équation (D.3) sous la contrainte  $\|\underline{\mathbf{H}}\|_F^2 = 1$  est obtenue via decomposition en valeurs propres de la matrice  $\underline{\mathbf{H}}^T \Psi \underline{\mathbf{H}}$ , le vecteur  $\hat{\underline{\mathbf{H}}}_n$  correspond au vecteur propre associé à la plus grande valeurs propres.

## D.2 Indetermination d'échelle

La matrice de canal estimée possède une ambiguïté de signe et d'échelle, c'est à dire  $\hat{\mathbf{H}} = \alpha \hat{\mathbf{H}}_n$ . En utilisant le fait que  $E[|s|^2] = 1$ , l'ambiguïté d'échelle peut être levée en exploitant les statistiques d'ordre 2 des signaux reçus, nous obtenons en effet :

$$E[\mathbf{Y}_v \mathbf{Y}_v^T] = \alpha^2 \hat{\mathbf{H}}_n E[\mathbf{C}(S) \mathbf{C}^H(S)] \hat{\mathbf{H}}_n^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r} \quad (\text{D.6})$$

$$= \alpha^2 \beta n \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{n_r} \quad (\text{D.7})$$

où la dernière ligne s'obtient en remarquant que pour les codes orthogonaux  $\mathbf{C}(S) \mathbf{C}^H(S) = \beta \sum_{w=1}^n |s_w|^2 \mathbf{I}_{n_t}$  ( $\beta$  dépend du code considéré). Finalement, une estimation de la matrice de canal à un signe près est donnée par :

$$\hat{\mathbf{H}} = \pm \sqrt{\frac{\text{Tr}[E[\mathbf{Y}_v \mathbf{Y}_v^T]] - \sigma^2 n_r}{\beta n \|\hat{\mathbf{H}}_n\|_F^2}} \hat{\mathbf{H}}_n \quad (\text{D.8})$$

## Annexe E

# Implémentation du récepteur

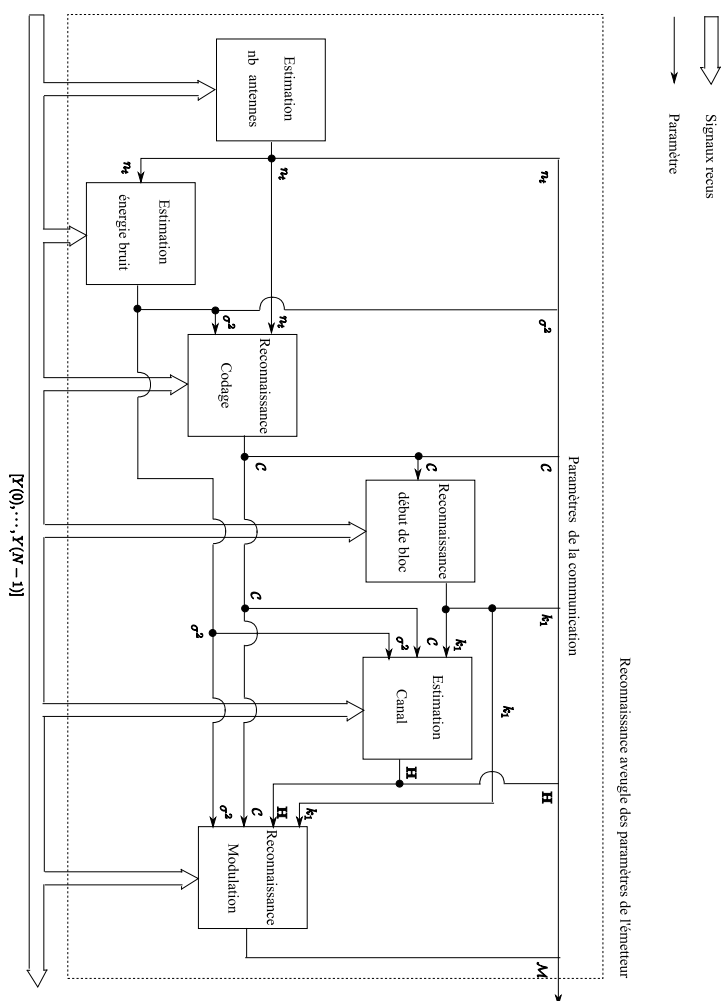


FIG. E.1 – Architecture du récepteur non-coopératif.

## E.1 Algorithmes

Nous présentons ici les algorithmes utilisés pour reconnaître les paramètres de la communication à partir des échantillons reçus  $Y(k)$  ( $0 < k < N - 1$ ).

### Estimation du nombre d'antennes

- Entrées : Signaux reçus
- Sortie :  $n_t$

Le chapitre 2 a montré que les meilleures performances s'obtiennent en utilisant des techniques basées sur les statistiques d'ordre 2 des signaux reçus. Parmi ces méthodes, nous proposons d'utiliser la méthode PET [CRW96] qui offre les meilleurs résultats.

### Estimation de l'énergie du bruit

- Entrées : Signaux reçus,  $n_t$
- Sortie :  $\sigma^2$

L'estimation de l'énergie du bruit  $\sigma^2$  s'obtient en moyennant les  $n_r - n_t$  plus petites valeurs propres de la moyenne spatio-temporelle  $\mathbf{R}_{Y,H}(0)$ .

### Reconnaissance du codage

- Entrées : Signaux reçus,  $n_t$ ,  $\sigma^2$
- Sortie :  $\mathcal{C}$

La reconnaissance du codage est réalisée en deux temps. Tout d'abord le type de modulation (réel ou circulaire à l'ordre 2) est identifié en testant la nullité de  $\mathbf{R}_{Y,T}(0)$  par l'algorithme 6. Ensuite, la reconnaissance du codage est réalisée en exploitant les normes des corrélations spatio-temporelles via l'algorithme 7. Une correction de biais est appliquée pour obtenir de meilleures performances (voir paragraphe 3.3.3.3).

### Reconnaissance du début de bloc

- Entrées : Signaux reçus,  $\mathcal{C}$
- Sortie :  $k_1$

La reconnaissance du début de bloc s'obtient en évaluant la norme des corrélations par bloc des signaux reçus. Notons  $\mathbf{Y}_{v,k_1}$  le  $v^e$  bloc d'échantillons défini par :

$$\mathbf{Y}_{v,k_1} = [Y_{vl-k_1}, \dots, Y_{(v+1)l-k_1-1}] \quad (\text{E.1})$$

Le début de bloc  $k_1$  s'obtient en maximisant la norme des corrélations, c'est à dire :

$$k_1 = \arg \max_{0 < \mu < l-1} \left\| E \left[ \text{vec}(\tilde{\mathbf{Y}}_{v,\mu}) \text{vec}^T(\tilde{\mathbf{Y}}_{v,\mu}) \right] \right\|_F^2 \quad (\text{E.2})$$

où  $\tilde{\mathbf{Y}}_{v,\mu}$  désigne la concaténation de la partie réelle et imaginaire de  $\mathbf{Y}_{v,\mu}$  et où  $\text{vec}(\tilde{\mathbf{Y}}_{v,\mu})$  correspond à la concaténation verticale des colonnes de  $\tilde{\mathbf{Y}}_{v,\mu}$

### Estimation du canal

- Entrées : Signaux reçus,  $\sigma^2$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $k_1$
- Sortie :  $\mathbf{H}$

La technique d'estimation du canal employée dépend du codage  $\mathcal{C}$ . Lorsque  $\mathcal{C}$  est un codage orthogonal de rendement  $r < 1$ , l'estimation du canal s'obtient via la technique [SGM05] présentée en annexe D. Pour les codages non orthogonaux de rendement  $r < 1$ , l'estimation s'effectue en utilisant la technique [SL02] présentée dans l'annexe C. Pour les autres cas, une Analyse en Composantes Indépendantes est déployée.

### Reconnaissance de la modulation

- Entrées : Signaux reçus,  $\sigma^2$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $k_1$ ,  $\mathbf{H}$
- Sortie :  $\mathcal{M}$

La technique de reconnaissance employée dépend du codage  $\mathcal{C}$ . Pour les codages de rendement  $r < 1$ , la technique HLRT- $\mathcal{C}$ , résumée par l'algorithme 11, est utilisée. Pour les codages de rendement  $r \geq 1$  préservant la constellations des symboles (Multiplexage Spatial, Alamouti, etc), la reconnaissance de la modulation s'obtient en utilisant la méthode HLRT-MS résumée par l'algorithme 9. Si le nombre d'antennes  $n_t$  et/ou le nombre de symboles par bloc  $n$  sont élevés, une technique de reconnaissance rapide est donnée par l'algorithme qHLRT-MS.



# Bibliographie

- [ADC<sup>+</sup>04] A. Abdi, O. Dobre, R. Choudhry, Y. Bar-Ness, and W. Su. Modulation classification in fading channels using antenna arrays. In *IEEE MILCOM*, volume 1, pages 211–217, Monterey, USA, 2004.
- [Aka74] H. Akaike. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transaction on Automatic control*, 19(6) :716–723, 1974.
- [Akm99] W. Akmouche. Detection of multicarrier modulations using 4th order cumulants. In *IEEE MILCOM*, pages 432–436, Atlantic City, USA, 1999.
- [Ala98] S.M. Alamouti. A simple transmit diversity technique for wireless communication. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 16(8) :1451–1458, 1998.
- [AN96] E. Azzouz and A. Nandi. *Automatic Modulation Recognition of Communication Signal*. Kluwer Academic Publisher, 1996.
- [And63] T.W. Anderson. Asymptotic theory for pincipal component analysis. *Ann. Journal. Math. Stat*, 34 :122–148, 1963.
- [AZC03] S. Aouada, A. Zoubir, and S. Cee. A comparative study on source number detection. In *IEEE ISSPA*, volume 1, pages 173–176, Paris, France, 2003.
- [BAMCM97] A. Belouchrani, K. Abed-Meraim, J.F. Cardoso, and E.J.C Moulines. A blind source separation technique using second-order statistics. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(2) :434 – 444, 1997.
- [Blu02] R.S Blum. Some analytical tools for the design of space-time convolutional codes. *IEEE Transactions on Communications*, 50(10) :1593 – 1599, 2002.
- [BSE04] A.R. Bahai, B.R. Saltzberg, and M. Ergen. *Multi-carrier Digital Communications : Theory And Applications Of OFDM (Hardcover)*. Springer, 2004.
- [CACF04] P. Chevalier, L. Albera, P. Comon, and A. Ferreol. Comparative performance analysis of eight blind source separation method on radiocommunications signals. In *IEEE IJCNN*, volume 1, Budapest, Hungary, 2004.
- [CAY<sup>+</sup>08] V. Choqueuse, S. Azou, K. Yao, L. Collin, and G. Burel. Modulation recognition for mimo systems. *ATM Review*, Accepted in September 2008.
- [CCYB07] V. Choqueuse, L. Collin, K. Yao, and G. Burel. Reconnaissance aveugle de codages ostbc basée sur les propriétés matricielles des statistiques d'ordre 2. In *GRETSI*, pages 249–252, Troyes, France, 2007.

- [CCYB08] V. Choqueuse, L. Collin, K. Yao, and G. Burel. Modulation recognition in a mimo context. In *IEEE Communications Conference*, Bucharest, Roumania, 2008.
- [CRW96] W. Chen, J.P. Reilly, and K.M. Wong. Detection of the number of signals in noise with banded covariance matrices. *IEEE Transactions on Radar, Sonar and Navigation*, 143(5) :289–294, 1996.
- [CS93] J. Cardoso and A. Soloumiac. Blind beamforming for non-gaussian signals. *IEE Proceedings F*, 140(46) :362–370, 1993.
- [CWR91] W. Chen, K.M Wong, and J.P Reilly. Detection of the number of signals : A predicted eigen-threshold approach. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 39(5) :1088–1098, 1991.
- [CYCB08a] V. Choqueuse, K. Yao, L. Collin, and G. Burel. Blind detection of the number of communications signals by ica and ks tests. In *IEEE ICASSP*, pages 2397–2400, Las Vegas, USA, 2008.
- [CYCB08b] V. Choqueuse, K. Yao, L. Collin, and G. Burel. Blind recognition of linear space time block codes. In *IEEE ICASSP*, pages 2833–2836, Las Vegas, USA, 2008.
- [CYCB08c] V. Choqueuse, K. Yao, L. Collin, and G. Burel. Hierarchical space time block code recognition using correlation matrices. *IEEE Transactions on Wireless Communication*, 2008.
- [CYC<sup>+</sup>ed] V. Choqueuse, K. Yao, L. Collin, G. Burel, and A. Mansour. Blind ml recognition of stbc using gaussian approximation. *IEEE Transactions on Wireless Communcation*, To Be Submitted.
- [DBNS05] O. Dobre, Y. Bar-Ness, and W. Su. Blind modulation classification : A concept whose time has come. In *IEEE Sarnoff Symposium on Advances in Wired and Wireless Communication*, pages 223–228, Princeton, USA, 2005.
- [DG94] A.V. Dandawatk and G.B. Giannakis. Statistical tests for presence of cyclostationarity. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 42(9) :2355–2369, 1994.
- [DZBNS04] O. Dobre, J. Zarzoso, Y. Bar-Ness, and W. Su. On the classification of linearly modulated signals in fading channel. In *CISS Conference*, Princeton, USA, 2004.
- [FG98] G.G. Foschini and M.J. Gans. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas. *Wireless Personal Communications*, 6 :311 – 335, 1998.
- [FGM02] E. Fishler, M. Grossmann, and H. Messer. Detection of signals by information theoretic criteria : General asymptotic performance analysis. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(5) :1027 – 1037, 2002.
- [FM99] E. Fishler and H. Messer. Order statistics approach for determining the number of sources using an array of sensors. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 6(7) :179 – 182, 1999.

- [Gar94] W.A. Gardner. *Cyclostationarity in Communications and Signal Processing*. IEEE Press, 1994.
- [GJD04a] H. Gang, L. Jiandong, and L. Donghua. Study of the modulation recognition based on HOCs and SVM. In *IEEE WCNC*, volume 2, pages 745–748, Atlanta, USA, 2004.
- [GJD04b] H. Gang, L. Jiandong, and L. Donghua. Study of the modulation recognition based on HOCs and SVM. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, volume 2, pages 898–902, Milan, Italy, 2004.
- [GLC96] J. Grouffaud, P. Larzabal, and H. Clergeot. Some properties of ordered eigenvalues of a whishart matrix : Application in detection test and model order selection. In *IEEE ICASSP*, volume 5, pages 2465–2468, Atlanta, USA, 1996.
- [GM03] D. Le Guen and A. Mansour. Automatic recognition algorithm for digitally modulated signals based on statistical approach in time frequency domain. In *Workshop on Signal Processing in Communications*, pages 247–252, Baiona, Spain, 2003.
- [GZ04] P. Guguen and G. El Zein. *Les techniques multi-antennes pour réseaux sans fil*. Hermes Lavoisier, 2004.
- [HH02] L. Hong and K. Ho. An antenna array likelihood modulation classifier for BPSK and QPSK signals. In *IEEE MILCOM*, volume 1, pages 647–651, Anaheim, USA, 2002.
- [HK01] L. Hong and K. Ho. Modulation classification of BPSK and QPSK signals using a two element antenna array receiver. In *IEEE MILCOM*, volume 1, pages 118–122, Washington, USA, 2001.
- [HKO01] A. Hyvarinen, J. Karunen, and E. Oja. *Independent Component Analysis*. John Wiley and Sons Publishers, 2001.
- [HP95] C.Y. Huang and A. Polydoros. Likelihood methods for mpsk modulation classification. *IEEE Transaction on Communication*, 43 :1493–1504, 1995.
- [HPC00] K.C. Ho, W. Prokopiw, and Y.T. Chan. Modulation identification of digital signals by the wavelet transform. In *IEE Proceeding Radar, Sonar and Navigation*, page 169–176, 2000.
- [HS89] S.Z. Hsue and S. Soliman. Automatic modulation recognition of digitally modulated signals. In *IEEE MILCOM*, page 645–649, 1989.
- [HS90] S.Z. Hsue and S. Soliman. Automatic modulation classification using zero crossing. *IEE Proceedings F*, 136(6) :459–464, 1990.
- [Jaf01] H. Jafarkhani. A quasi orthogonal space-time block code. *IEEE Transactions on Communication*, 49 :1–4, 2001.
- [Jam69] A.T James. Tests of equality of latent roots of the covariance matrix. *Multivariate Analysis*, pages 205–217, 1969.



- [Lac97] J.L. Lacoume. *Statistiques d'ordre supérieur pour le traitement du signal*. Dunod, 1997.
- [Law56] D. N. Lawley. Tests of significance for the latent roots of covariance and correlation matrices. *Biometrika*, 43(1/2) :128–136, 1956.
- [LCP94] C. Long, K. Chugg, and A.J. Polydoros. Further results in likelihood classification of qam signals. In *IEEE MILCOM*, pages 57–61, Fort Monmouth, USA, 1994.
- [Liu04] Kejing. Liu. *Architectures for Symbol Timing Synchronization in MIMO communications*. PhD thesis, Brigham Young University, 2004.
- [LS03] E.G. Larsson and P. Stoica. *Space-Time Block Coding for Wireless Communication*. Cambridge Press, 2003.
- [LSL03] E.G Larsson, P. Stoica, and J. Li. Orthogonal space-time block codes : Maximum likelihood detection for unknown channels and unstructured interferences. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 51(2) :362–372, 2003.
- [Mar98] S. Marcos. *Les méthodes à haute résolution, traitement d'antenne et analyse spectrale*. Hermes, 1998.
- [Maz05] A. Mazeika. Interception des communications mimo. Technical report, E3I2, ENSIETA, 2005.
- [MB97] C. Martret and D.M. Boiteau. Modulation classification by means of different order statistical moments. In *IEEE MILCOM*, pages 1387–1391, 1997.
- [MdJ94] M. Moeneclaey and G. de Jonghe. Ml-oriented nda carrier synchronization for general rotationally symmetric signal constellations. *IEEE Transactions on Communication*, 42 :2531–2533, 1994.
- [Mis64] R. Von Mises. *Mathematical Theory of Probability and Statistics*. Academic Press, New-York, 1964.
- [MM04] C.J Mecklin and D.J Mundform. An appraisal and bibliography of tests for multivariate normality. *International Statistical Review*, 72(1) :123–138, 2004.
- [MVDC06] W.K. Ma, B.N. Vo, T.N. Davidson, and P.C. Ching. Blind ml detection of orthogonal space-time block codes : Efficient high-performance implementations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 54(2) :738–751, 2006.
- [OC07] C. Oestges and B. Clerckx. *MIMO Wireless Communications : From Real-World Propagation to Space-Time Code Design*. Academic Press, 2007.
- [PAP00] P. Panagiotou, A. Anastasopoulos, and A. Polydoros. Likelihood ratio tests for modulation classification. In *IEEE MILCOM*, volume 2, pages 670 – 674, Los Angeles, USA, 2000.

- [PF03] C. Papadias and G. Foschini. Capacity-approaching space-time codes for system employing four transmitter antennas. *IEEE Transactions on Information Theory*, 49(3) :726 – 733, 2003.
- [PK90] A. Polydros and K. Kim. On the detection and classification of quadrature digital modulations in broad-band noise. *IEEE Transactions on Communications*, 38(8) :1199 – 1211, 1990.
- [Pro01] J. Proakis. *Digital Communications*. McGraw-Hill, 2001.
- [Ris78] J. Rissanen. Modeling by shortest data description length. *Automatica*, 14 :461–471, 1978.
- [Ros85] M. Rosenblatt. *Stationary Sequences and Random Fields*. Birkhauser, 1985.
- [San03] M. Sandell. Nonlinear space-time block codes designed for iterative decoding. *IEEE Electronics Letters*, 39(20) :1453 – 1455, 2003.
- [SBS00] A. Swami, S. Barbarossa, and B.M. Sadler. Blind source separation and signal classification. In *Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, volume 2, pages 1181–1191, Pacific Grove, USA, 2000.
- [Seb84] G.A.F. Seber. *Multivariate Observations*. Wiley Publisher, 1984.
- [SGM05] S. Shahbazpanahi, A.B. Gershman, and J.H. Manton. Closed form blind mimo channel estimation for orthogonal space-time codes. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 53(12) :4506–4517, 2005.
- [SL02] A. Swindlehurst and G. Leus. Blind and semi-blind equalization for generalized space-time block codes. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(10) :2489–2498, 2002.
- [SMH95] P.C. Sapiiano, J.D. Martin, and R.J. Holbeche. Classification of psk signals using the dft of phase histogram. In *IEEE ICASSP*, volume 3, pages 1868–1871, Detroit, USA, 1995.
- [SPP02] S. Sandhu, A. Paulraj, and K. Pandit. On non-linear space-time block codes. In *IEEE ICASSP*, volume 3, pages 1051–1064, Orlando, USA, 2002.
- [SS00] A. Swami and B.M. Sadler. Hierarchical digital modulation classification using cumulants. *IEEE Transactions on Communications*, 48(3) :416–429, 2000.
- [SW90] S.V. Schell and W. Gardner. Detection of the number of cyclostationary signals in unknown interference and noise. In *Asilomar*, volume 1, pages 473–477, Pacific Grove, USA, 1990.
- [SYNW07] S. Miao, Y. Bar-Ness, and S. Wei. STC and BLAST MIMO modulation recognition. In *GLOBECOM 2007*, pages 3034–3039, Washington, DC, USA, 2007.
- [TBH00] O. Tirkkonen, A. Boariu, and A. Hottinen. Minimal nonorthogonality rate one space-time block codes for 3+ tx antennas. In *IEEE International*

- Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications (ISSSTA)*, volume 2, pages 429–432, New Jersey, USA, 2000.
- [TJC99] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A.R. Calderbank. Space time block codes from orthogonal designs. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45(5) :744–765, 1999.
- [TLSH91] L. Tong, R.W. Liu, V.C. Soon, and Y.F. Huang. Indeterminacy and identifiability of blind identification. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 38 :499–509, 1991.
- [Tuk77] John W. Tukey. *Exploratory Data Analysis*. Addison-Wesley, 1977.
- [VS08] J. Via and I. Santamaria. On the blind identifiability of orthogonal space-time block codes from second-order statistics. *IEEE Transactions on Information theory*, 54(2) :709–722, 2008.
- [VSP06] J. Via, I. Santamaria, and J. Perez. Blind identification of MIMO-OSTBC channels combining second and higher order statistics. In *14th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2006)*, Florence, Italy, 2006.
- [VSSP07] J. Via, I. Santamaria, A. Sezgin, and A. Paulraj. Sos-based blind channel estimation under space-time block coded transmissions. In *IEEE workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communication*, pages 1–5, Helsinki, Finland, 2007.
- [VY03] B. Vucetic and J. Yuan. *Space Time Coding*. Wiley, 2003.
- [WK85] M. Wax and T. Kailath. Detection of signals by information theoretic criteria. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 33(2) :387–392, 1985.
- [WM00] W. Wei and M. Mendel. Maximum likelihood classification for digital amplitude-phase modulations. *IEEE Transactions on Communications*, 48(2) :189 – 193, 2000.
- [WN01] M. Wong and A. Nandi. Automatic digital modulation recognition using spectral and statistical features with multi-layer perceptrons. In *IEEE ISSPA*, volume 2, pages 390–393, Kuala-Lampur, Malaysia, 2001.
- [WYC95] H.T. Wu, J.F. Yang, and F.K. Chen. Source number estimators using transformed gerschgorin radii. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 43(6) :1325 – 1333, 1995.
- [ZW93] Q. Zhang and K. Wong. Information theoretic criteria for the determination of the number of signals in spatially correlated noise. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 41(4) :1652–1663, 1993.

# Liste des publications

## Revue à comité de lecture

### Acceptés

- [A1] V. Choqueuse, K. Yao, L. Collin and G. Burel. Hierarchical Space Time Block Code Recognition Using Correlation matrices, *IEEE Transactions on Wireless Communication*, vol. 7(9), Pages : 3526-3534, 2008.
- [A2] V. Choqueuse, S. Azou, K. Yao, L. Collin and G. Burel. Blind Modulation Recognition for MIMO Systems. *Journal of the ATM Bucharest*, Accepted Septembre 2008.

### Revue soumise

- [S1] V. Choqueuse, K. Yao, L. Collin, G. Burel and A. Mansour. Semi-Blind ML recognition of Space Time Block Codes with likelihood ratio tests. *Signal Processing, Elsevier*.

## Conférences à comité de lecture

- [C1] V. Choqueuse, K. Yao, L. Collin and G. Burel. Blind Detection of the number of communications signals by ICA and KS tests. In *IEEE ICASSP*, Pages : 2397-2400, Las Vegas, USA, 2008.
- [C2] V. Choqueuse, K. Yao, L. Collin and G. Burel. Blind Recognition of Linear Space Time Block Codes. In *IEEE ICASSP*, Pages : 2833-2836, Las Vegas, USA, 2008.
- [C3] V. Choqueuse, L. Collin, K. Yao and G. Burel. Modulation Recognition in a MIMO Context. In *IEEE Communications Conference*. Bucharest, Roumania, 2008.
- [N1] V. Choqueuse, L. Collin, K. Yao and G. Burel. Reconnaissance aveugle de codages OSTBC basée sur les propriétés matricielles des statistiques d'ordre 2. In *GRETSI*, Pages : 249 : 252, Troyes, France, 2008.



# Liste des Algorithmes

1	Reconnaissance du nombre d'émetteur par tests d'adéquation (HOS-KS).	29
2	Reconnaissance du nombre d'émetteur par outils de reconnaissance de formes (HOS-RdF). . . . .	33
3	Reconnaissance du codage par test ALRT. . . . .	50
4	Reconnaissance du codage par test GLRT. . . . .	51
5	Reconnaissance du codage par critère d'information. . . . .	54
6	Test de nullité de la matrice $\widehat{\mathbf{R}}_{Y,T}(\tau_t)$ . . . . .	63
7	Reconnaissance du codage par minimisation de la distance euclidienne. .	69
8	Reconnaissance de la modulation par test ALRT-MS. . . . .	89
9	Reconnaissance de la modulation par test HLRT-MS. . . . .	94
10	Reconnaissance de la modulation par test ALRT- $\mathcal{C}$ . . . . .	98
11	Reconnaissance de la modulation par test HLRT- $\mathcal{C}$ . . . . .	101



# Index

- ACI : Analyses en Composantes Indépendantes, 25, 29, 90
- ACP : Analyse en Composantes Principales, 66, 67, 75
- Alamouti (codage), 10, 44, 58
- ALRT- $\mathcal{C}$  (Algorithme), 97
- ALRT : Average Likelihood Ratio Test, 47, 84, 88, 97
- ASK : Amplitude Shift Keying, 8, 81
- Bande de base, 13
- Canal de communication, 12
- Canal de Rayleigh, 14
- Chi-2 (loi), 62
- Circulaire à l'ordre 2 (Statistique), 9, 56
- CNA : Convertisseur Numérique Analogique, 12
- Codage, 42
- Codage de Gray, 81
- Constellation, 8
- Critère d'information, 21, 53
- Cumulant (Statistique), 30
- Cyclostationnaire (Statistique), 11, 56
- Emetteur, 8
- Environnement de propagation, 12
- Filtre d'émission, 12
- Flux binaire, 8
- Gaussienne (loi), 14
- Gaussienne multidimensionnelle (loi), 14
- GLRT : Generalized Likelihood Ratio Test, 50, 85
- GSD : Generalized Sphere Decoder, 51
- HLRT : Hybrid Likelihood Ratio Tests, 85, 93, 97
- HOS : High Order Statistic, 25, 30, 34
- i.i.d : indépendants et identiquement distribués, 9
- IES : Interference Entre Symboles, 13
- JADE : Joint Approximate Diagonalisation of Eigen-matrices, 29, 34, 91
- Kolmogorov-Smirnov (Test), 28
- MDL : Minimum Description Length, 22
- MIMO : Multiple-Input Multiple-Output, 5, 7
- MMSE : Minimum Mean Square Error, 44, 51
- Modulation, 80
- Moyenne spatio-temporelle, 55
- MS : Multiplexage Spatial, 43
- OFDM : Orthogonal Frequency-Division Multiplexing, 11
- Onde électromagnétique, 8
- OSTBC : Orthogonal Space-Time Block Code, 44
- PET : Predicted Eigenvalues Threshold (Algorithme), 22, 107, 124
- PSK : Phase Shift Keying, 9, 82
- QAM : Quadrature Amplitude Modulation, 9, 82
- QOSTBC : Quasi-Orthogonal Space-Time Block Code, 45
- QPSK, 82
- Rayleigh (loi), 27



RdF : Reconnaissance de Formes, 30, 86  
Rendement (Codage), 43  
RF : Radio-Fréquence, 8, 11, 109  
Récepteur, 15  
  
SD : Sphere Decoder, 44  
SISO : Single-Input Single Output, 83  
SNR : Signal to Noise Ratio, 14  
STBC : Space-time block codes, 43  
STTC : Space-time treillis codes, 42  
surdéterminé, 13  
SVM : Support Vector Machine, 46  
  
V-BLAST, 44, 51  
  
ZF : Zero Forcing, 44, 51



## Résumé

Les communications multi-antennes, désignées par l'acronyme MIMO (Multiple-Input Multiple-Output), permettent d'atteindre des débits et une qualité de transmission élevés en exploitant la diversité spatiale du canal de propagation. De part leurs performances, les systèmes MIMO sont au cœur des futurs standards de réseaux sans-fil et de téléphonie mobile et devraient occuper prochainement une place importante dans le canal hertzien. Cette thèse, intitulée "Interception des signaux issus de communications MIMO", aborde ces systèmes dans le contexte non coopératif c'est-à-dire lorsque le récepteur ne dispose d'aucune information sur la configuration de l'émetteur, le canal de propagation et sur le niveau de bruit. L'étude se situe en aval des étapes de synchronisation et suppose que les échantillons reçus sont préalablement ramenés en bande de base et échantillonnés au rythme d'un échantillon par symbole. Sous ces hypothèses, nous proposons plusieurs algorithmes pour identifier en aveugle les paramètres de l'émetteur tels que le nombre d'antennes, le codage spatio-temporel et la modulation. Les applications concernées sont variées et touchent aussi bien le domaine civil (développement de récepteurs MIMO auto-configurants) que le domaine militaire (guerre électronique).

### Mots clés :

MIMO, codage spatio-temporel, modulation numérique, détection, estimation, récepteur auto-configurant, guerre électronique.

## Abstract

Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) communications improve the data rates and the robustness of a wireless link by using the spatial diversity of the propagation channel. Because of its high performances, MIMO systems are the catalyst for the next revolution in wireless systems and would play a key role for the development of future networks and cell phones standards. In this PhD thesis, we investigate the problem of the blind recognition of the MIMO parameters under a non-cooperative environment i.e. when the transmitter parameters, the propagation channel and the noise level are unknown at the receiver side. This context occurs in various civilian and military situations. Assuming that the synchronization has been previously performed, we propose new algorithms devoted to the blind recognition of the number of transmitter antennas, of the space-time coding and of the modulation.

### Keywords :

MIMO, Space-Time coding, digital modulation, detection, estimation, autoconfiguring receiver, electronic warfare.